

Modellierung / Iterationsverfahren

Idealisierungen

z.B. Vernachlässigung
von Reibung und Luftwiderstand

⇒ einfache Naturgesetze

⇒ nur Näherungen !!

z.B. **freie Fall** mit **$a = g = \text{konst}$**

⇒ analytisch lösbar

⇒ praktisch nicht beobachtbar

⇒ **Iterationsverfahren / Simulation**

Modellierung / Iterationsverfahren

Iterationsverfahren / Simulation

$$F_a = F_G - F_L = mg - \frac{1}{2} c_w r A v^2$$

$$\Rightarrow a = (F_G - F_L)/m = g - (k/m) v^2$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{nicht anwendbar}$$

$$\Rightarrow v = a t \quad \text{nicht anwendbar}$$

Weiter gültig sind:

Grundgleichung

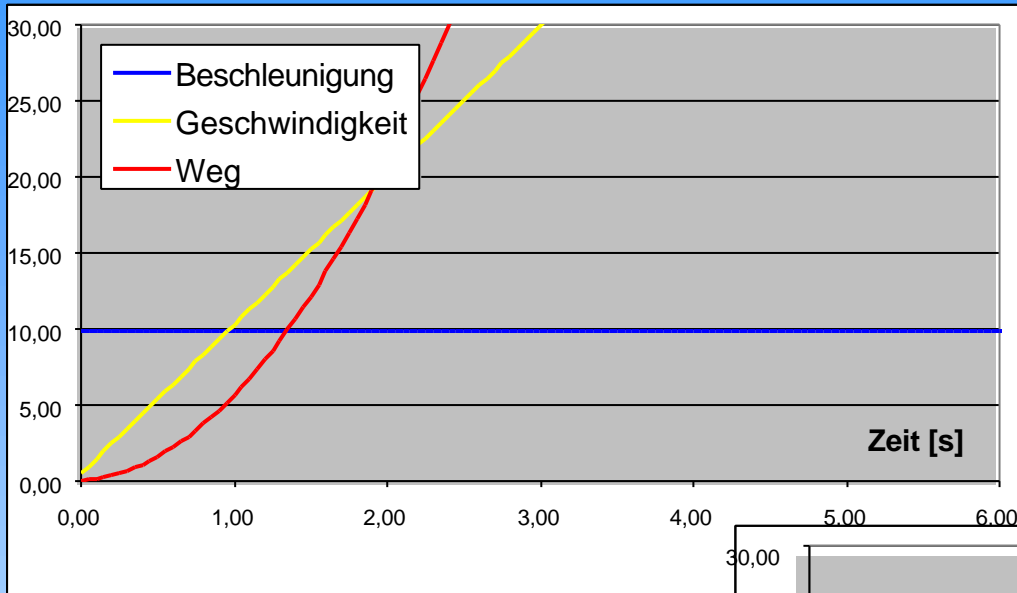
$$F = m a$$

Definitionen

$$v = Ds / Dt$$

$$a = Dv / Dt$$

Modellierung / Iterationsverfahren



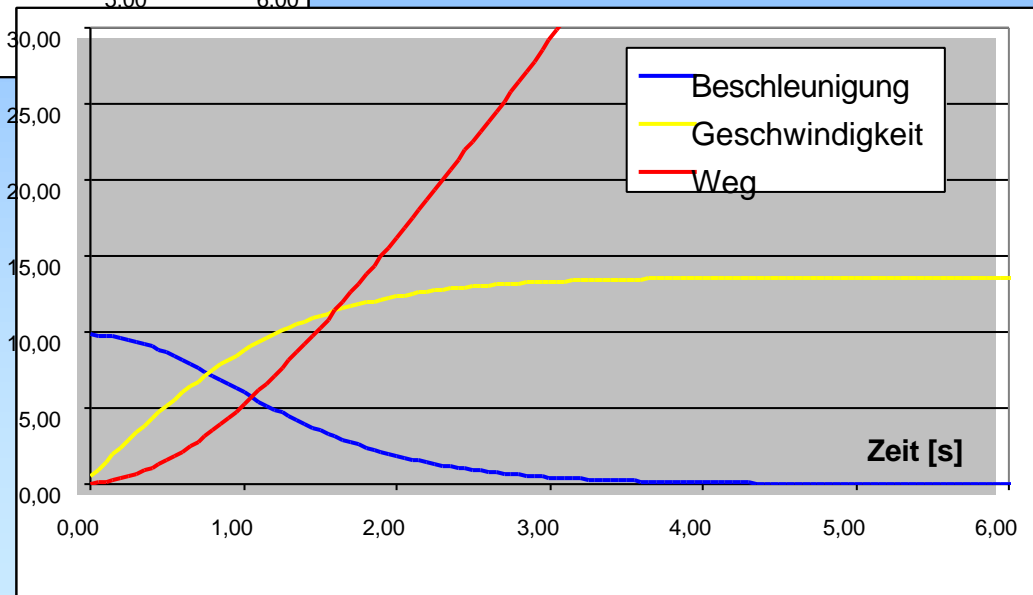
Freier Fall:
 $a = g = \text{konst}$
 $v = at \sim t$ linear
 $s = \frac{1}{2} a t^2$ quadr.

Fall in Luft:

$g = a \text{ (R) } 0$

$v \sim t \text{ (R) } v_{\text{End}} = \text{konst}$

$s \sim t^2 \text{ (R) } s = v_{\text{End}} t \sim t$



Modellierung / Iterationsverfahren

Iteration / Schrittweise Berechnung

$$(1) \mathbf{t}_{\text{neu}} = \mathbf{t}_{\text{alt}} + \mathbf{Dt}$$

$$(2) \mathbf{a}_{\text{neu}} = \mathbf{F}_{\text{res}} / m$$

$$(3) \mathbf{v}_{\text{neu}} = \mathbf{v}_{\text{alt}} + \mathbf{a}_{\text{neu}} \mathbf{Dt}$$

$$(4) \mathbf{s}_{\text{neu}} = \mathbf{s}_{\text{alt}} + \mathbf{v}_{\text{neu}} \mathbf{Dt}$$

$$(5) \mathbf{F}_L = (k/m) \mathbf{v}_{\text{neu}}^2$$

$$(6) \mathbf{F}_{\text{res}} = \mathbf{F}_G - \mathbf{F}_L$$

Modellierung / Iterationsverfahren

Iteration / Schrittweise Berechnung

$$(1) \mathbf{t}_{\text{neu}} = \mathbf{t}_{\text{alt}} + \Delta t$$

$$(2) \mathbf{a}_{\text{neu}} = \mathbf{F}_{\text{res}} / m$$

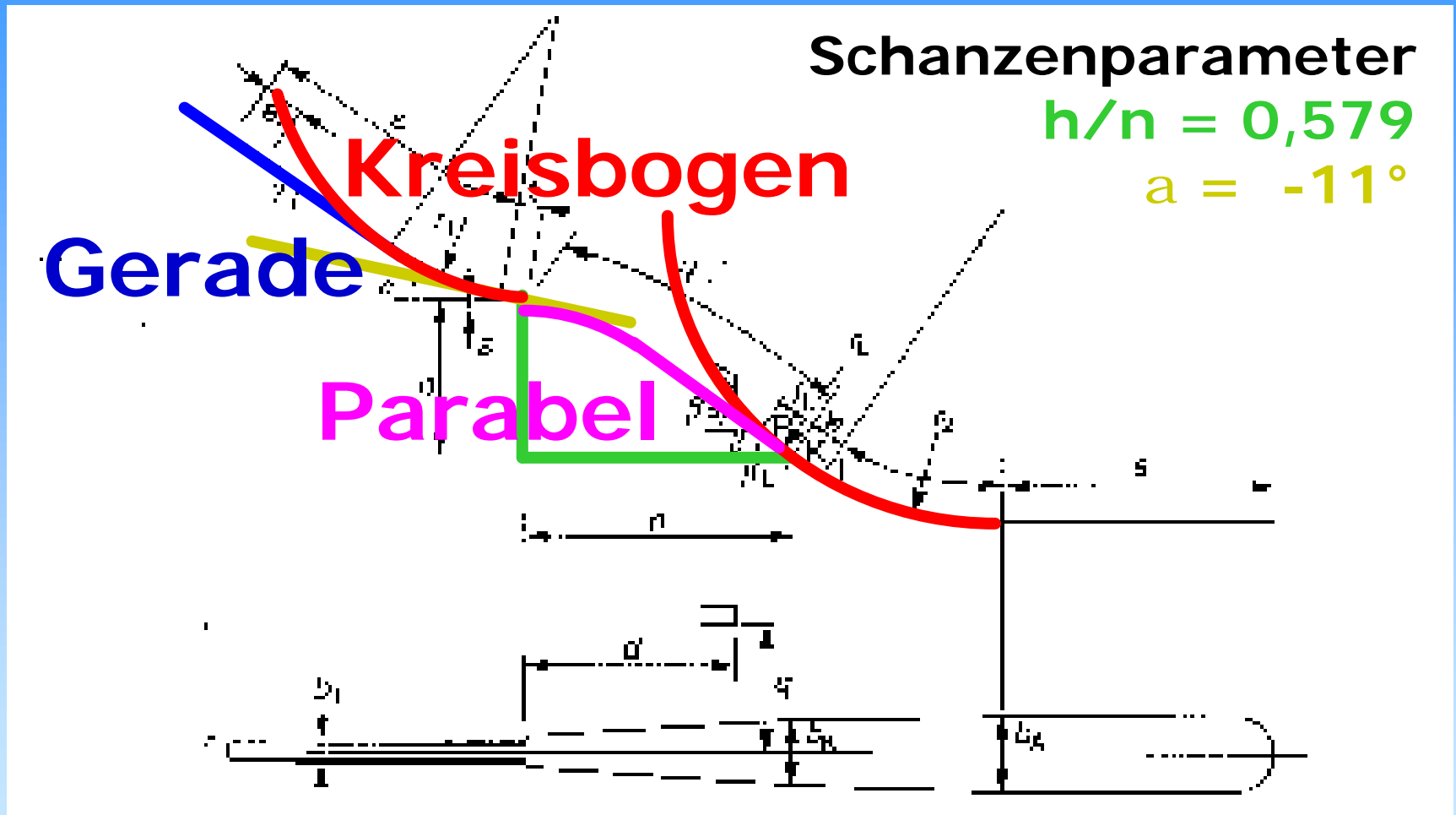
$$(3) \mathbf{v}_{\text{neu}} = \mathbf{v}_{\text{alt}} + \mathbf{a}_{\text{neu}} \Delta t$$

$$(4) \mathbf{s}_{\text{neu}} = \mathbf{s}_{\text{alt}} + \mathbf{v}_{\text{neu}} \Delta t$$

$$(5) F_L = (k/m) v_{\text{neu}}^2$$

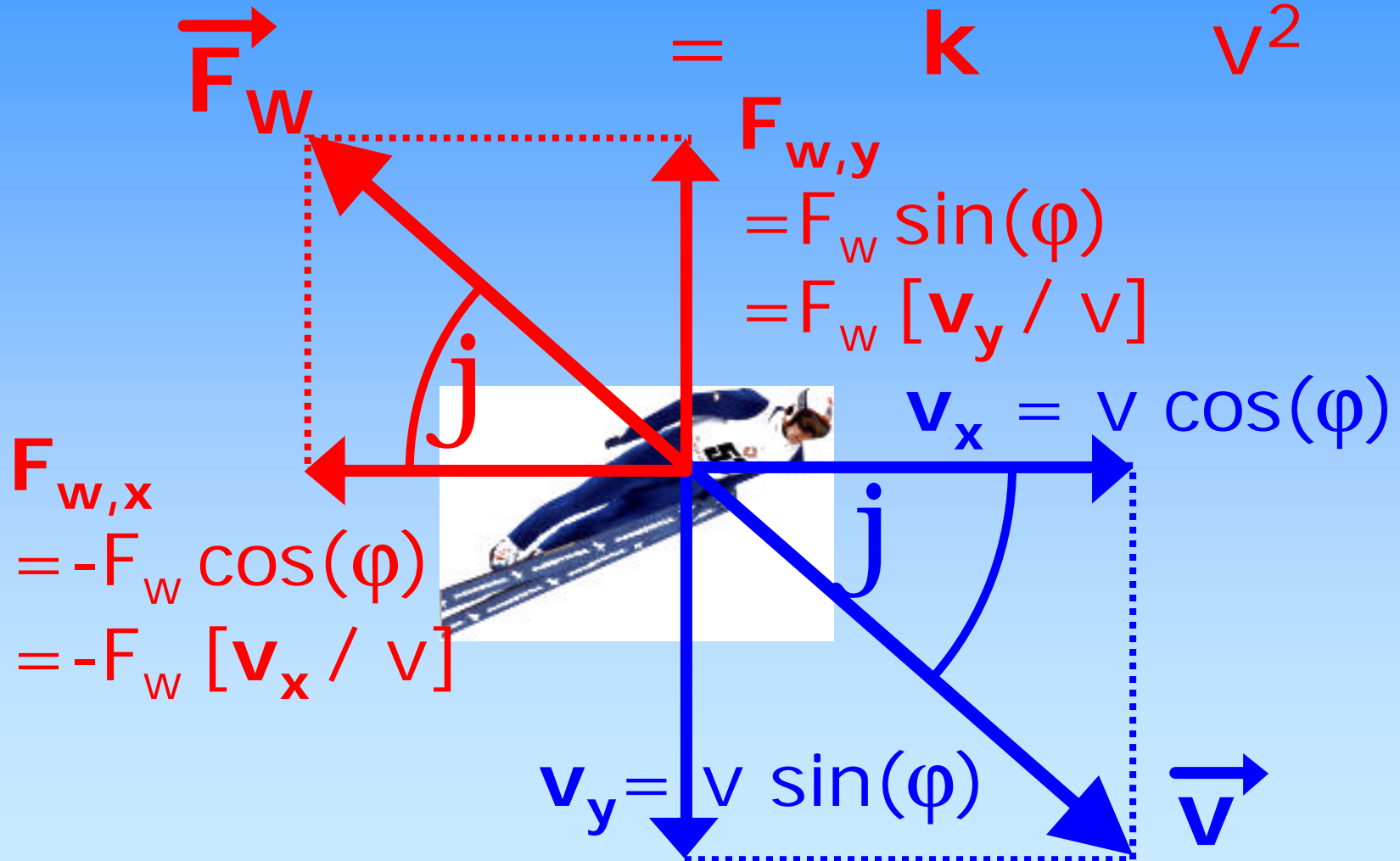
$$(6) F_{\text{res}} = F_G - F_L$$

Schanzenprofil Titisee-Neustadt



Schiefer Wurf mit Luftwiderstand

$$F_w = (1/2 c_w \rho A) v^2$$
$$= k v^2$$



Schiefer Wurf mit Luftwiderstand

$$F_w = k v^2$$

$$\begin{aligned} a_{w,x} &= - F_{w,x} / m \\ &= - F_w v_x / mv \\ &= - kv^2 v_x / mv \end{aligned}$$

$$a_{w,x} = - k v v_x / m$$

$$\begin{aligned} F_{w,x} &= - F_w \cos(\varphi) \\ &= - F_w [v_x / v] \end{aligned}$$



Schiefer Wurf mit Luftwiderstand

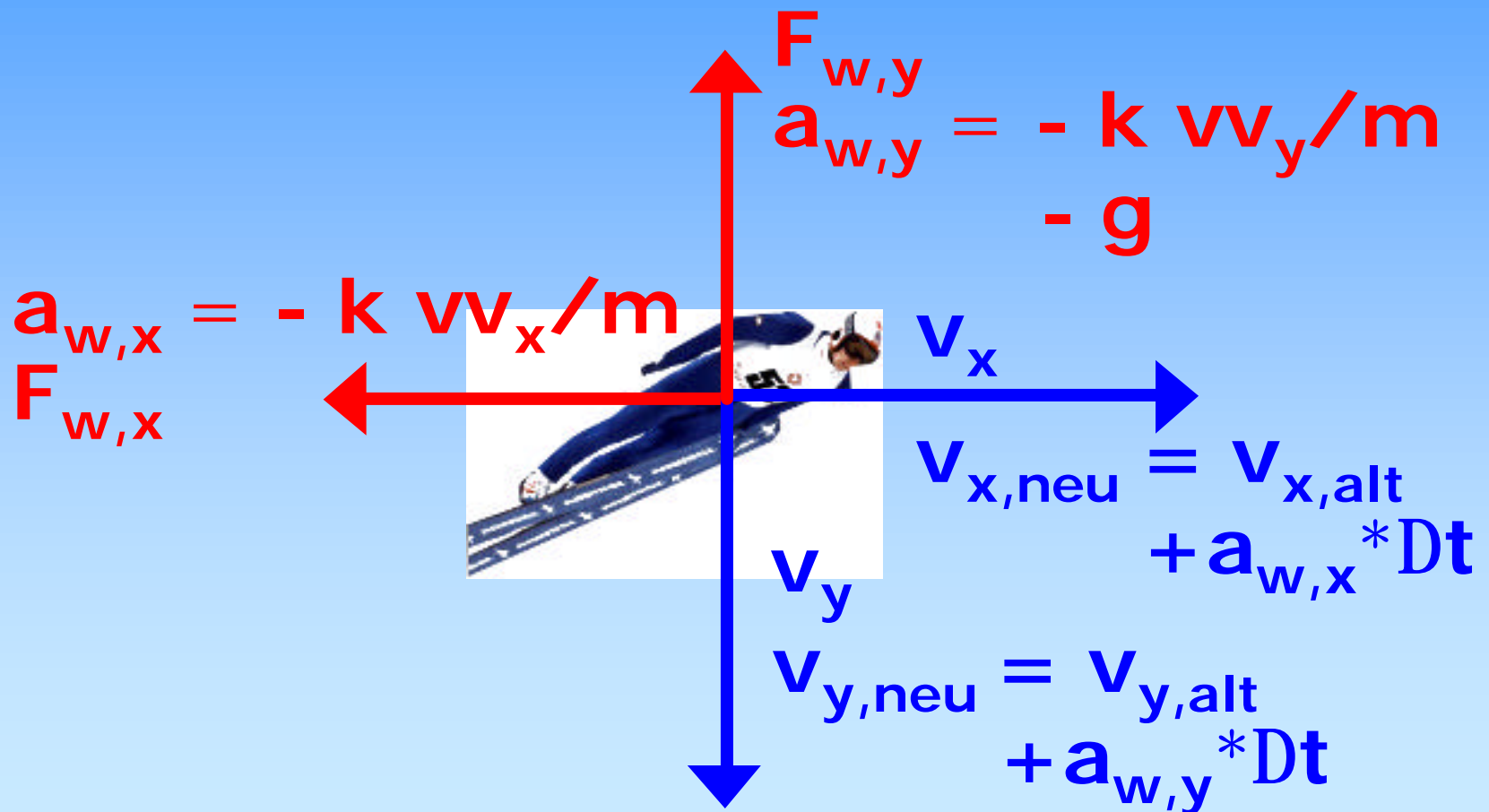
$$a_{w,x} = -k v v_x / m$$
$$F_{w,x}$$



v_x



Schiefer Wurf mit Luftwiderstand



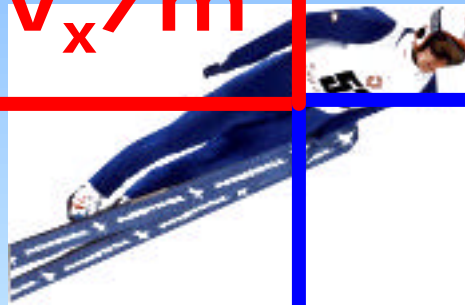
Schiefer Wurf mit Luftwiderstand

$$\mathbf{k} = 1/2 \mathbf{c}_w \mathbf{r} \mathbf{A}$$

mit $c_w = 0,8$
 $\rho = 1,29 \text{ kg m}^{-3}$
 $A = 0,8 \text{ m}^2$

$$\mathbf{a}_{w,x} = -k \mathbf{v} \mathbf{v}_x / m$$

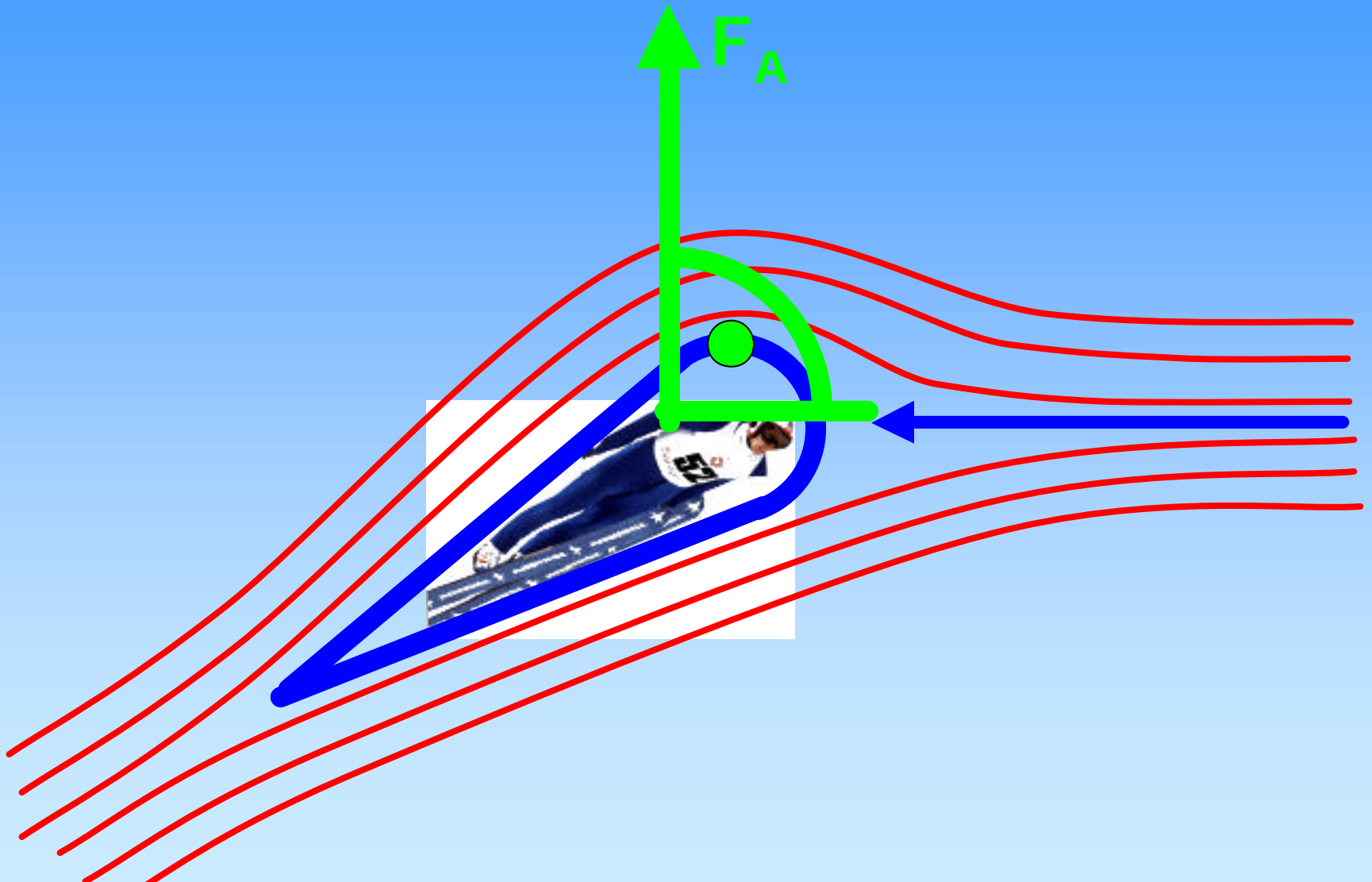
$$\mathbf{a}_{w,y} = -k \mathbf{v} \mathbf{v}_y / m - g$$



$$\mathbf{v}_{x,\text{neu}} = \mathbf{v}_{x,\text{alt}} + \mathbf{a}_{w,x} * \text{Dt}$$

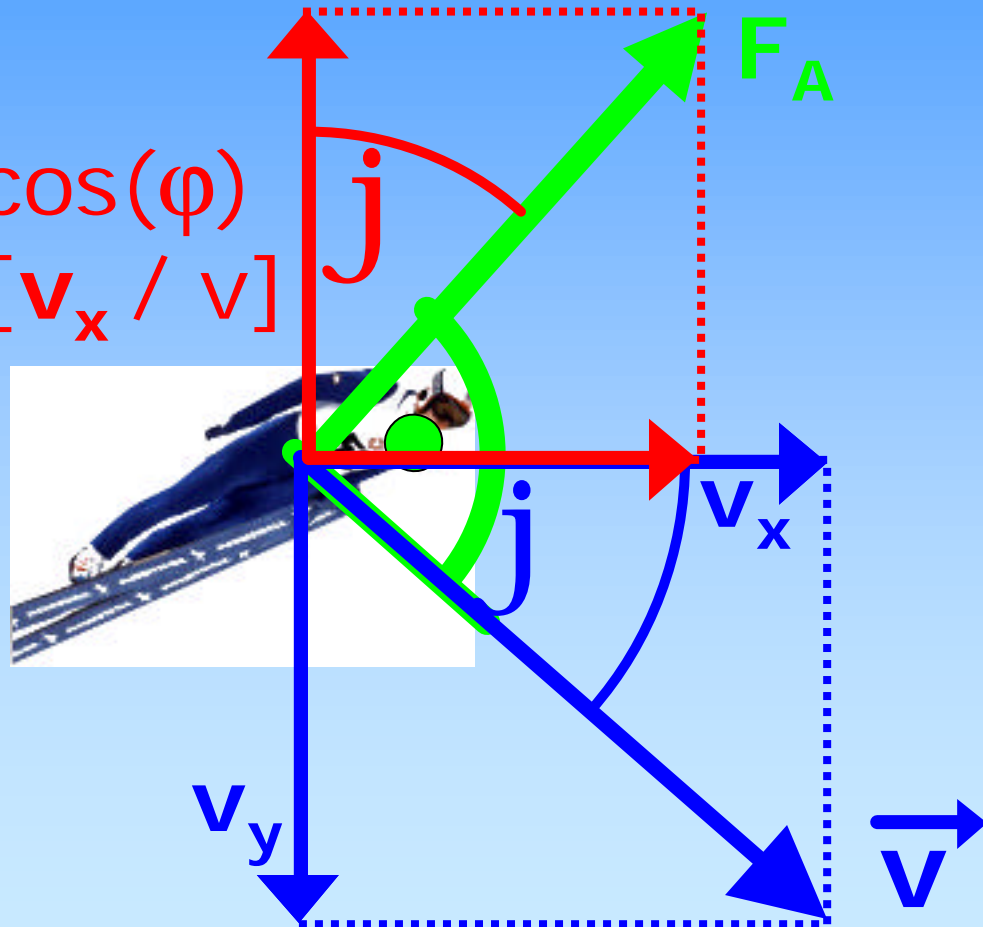
$$\mathbf{v}_{y,\text{neu}} = \mathbf{v}_{y,\text{alt}} + \mathbf{a}_{w,y} * \text{Dt}$$

Schiefer Wurf mit Luftwiderstand mit Auftrieb

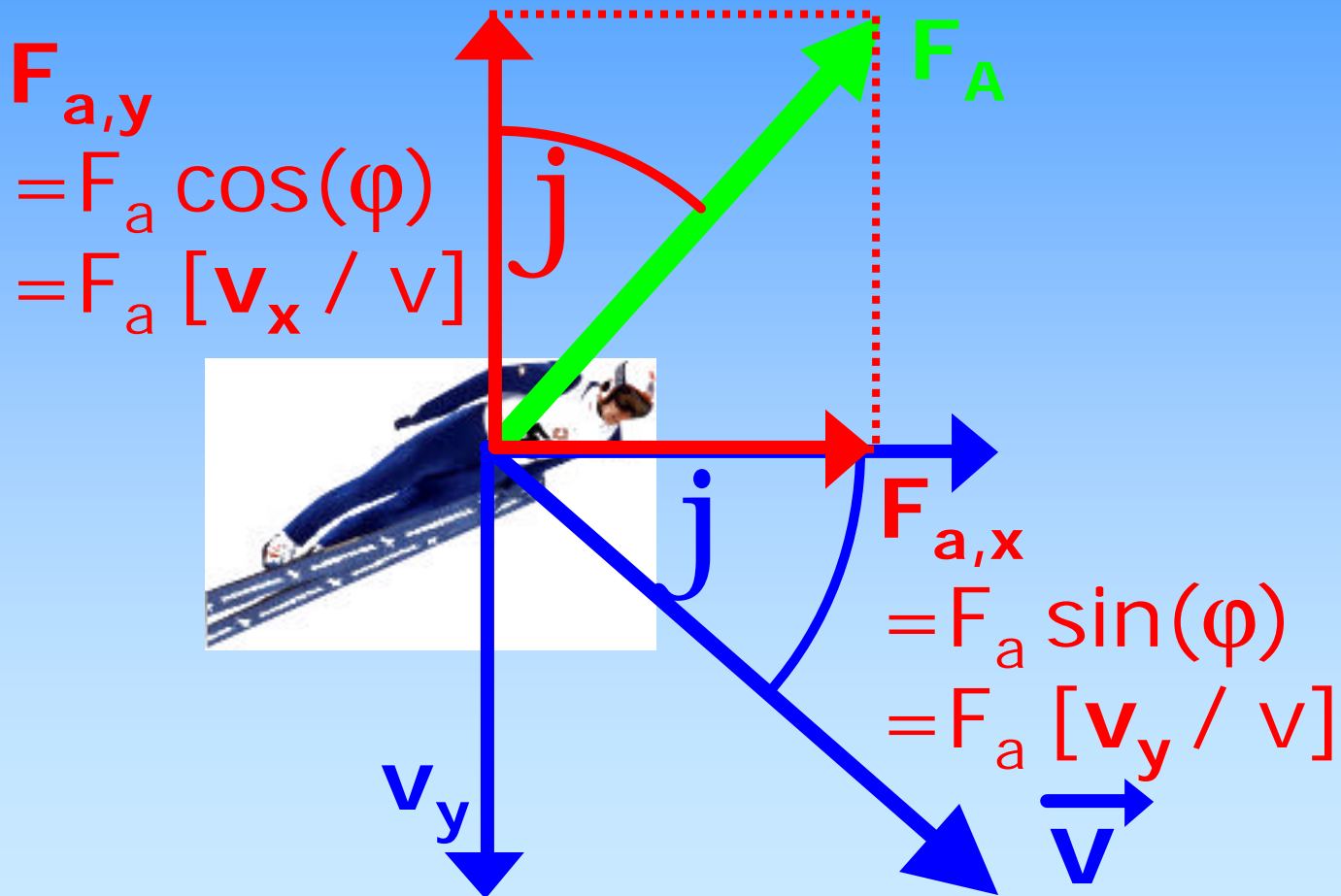


Schiefer Wurf mit Luftwiderstand mit Auftrieb

$$\begin{aligned} F_{a,y} &= F_a \cos(\varphi) \\ &= F_a [v_x / v] \end{aligned}$$



Schiefer Wurf mit Luftwiderstand mit Auftrieb



Schiefer Wurf mit Luftwiderstand mit Auftrieb

$$\begin{aligned}
 a_x &= a_{w,x} + a_{a,x} \\
 &= -k_w v v_x / m \\
 &\quad - k_a v v_y / m
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_y &= a_{w,y} + a_{a,y} - g \\
 &= -k_w v v_y / m \\
 &\quad + k_a v v_x / m \\
 &\quad - g
 \end{aligned}$$

$$k_a = 1/2 c_a r A_T$$

mit $c_a = 0,5$

$\rho = 1,29 \text{ kg m}^{-3}$

$A = 1,5 \text{ m}^2$

