

# Physik und Musik

## Fouriersynthese und -analyse



### Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830):

Jede beliebige periodische Funktion lässt sich in eindeutiger Weise aus harmonischen Funktionen (Sinus- und Kosinusfunktionen) zusammensetzen:

$$a(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n * \sin(n\omega_0 t + \phi_n)]$$
$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n * \sin(n\omega_0 t) + b_n * \cos(n\omega_0 t)]$$

Die beiden Fourierkoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  können analytisch berechnet werden können (Dies dient nur Ihrer Information! Sie müssen die Ausdrücke (noch) nicht verstehen ! )

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

## Wiederholung: Fouriersynthese

Rufen Sie im Ordner **Akustik12\sounds\fourier\_ohm\programs** die folgenden beiden DOS Programme auf:

### **fourier1.exe:** Sukzessiver Aufbau der Summenform

- Wählen Sie die Schwingungform  
Sägezahn (1), Rechteck (2), Dreieck (3)
- Starten Sie mit der sinusförmigen Grundschwingung [Pos1].
- Durch die Richtungstaste [ ↑ ] können Sie nun sukzessive je eine Oberschwingung hinzufügen.
- Achten Sie dabei auf Vorzeichen, Amplitude und Ordnung der hinzukommenden Oberschwingung.

### **fourier2.exe** Summenform, Harmonische, Fourierspektrum

- Zusätzlich zur Summenform sind hier
  - die Wellenformen der einzelnen Harmonischen
  - das (diskrete) Frequenzspektrum (Amplitudenwert über Frequenzwert) und
  - der mathematische Funktionsausdruck abgebildet. Mit den Richtungstasten können Sie die Amplitudenwerte [ ↑, ↓ ] frei wählbarer Oberschwingungen [ ←, → ] verändern.

Sollten Sie **nach** den folgenden akustischen Arbeitsaufträgen noch Zeit haben, können Sie sich auf recht einfache und anschauliche Weise (**Java-Applet**) Ihre eigenen Schwingungsformen zusammenbauen (Rufen Sie in Ihrem Webbrowser die HTML-Seite **fourier.htm** auf bzw. benützen Sie zu Hause den Link: <http://www.physiktreff.de/material/fourier/fourier.htm>).



# Fouriersynthese und -analyse mit CoolEdit 2000



- Starten Sie CoolEdit2000  
(Die installierte Trial Version gestattet nur eingeschränkte Funktionalität.  
Wählen Sie beim Start die Funktionsgruppen (1) Save und (5) Amplify aus.)
- Erzeugen Sie eine neue Wellenform (Sample Rate 44100 Hz, 16 bit, Mono).

## a) Fouriersynthese einer Rechteckschwingung

Generieren ( Generate → Tones ) Sie eine Klangabfolge **rechtecksynt.mp3**.

- Erzeugen Sie einen **Sinuston** der Dauer  $t = 2$  s und der Grundfrequenz (Base Frequency 0)  $f_0 = 440$  Hz (**siehe Abb. unten**).
- Im Gegensatz zur Abb. darf für einen reinen Sinuston nur der Schieberegler für die erste Frequenzkomponente (Frequenzfaktor 1) auf 100% stehen.
- Spielen Sie den erzeugten Sinuston ab und setzen Sie den **Cursor ans Ende** des eben erzeugten Wellenzuges (Go to End, siehe Abb. bzw. [Shift + Ende] )
- Fügen Sie nun sukzessive je eine Oberschwingung hinzu, indem Sie
  - den Frequenzfaktor des Partialtons geeignet wählen und
  - den zugehörigen Schieberegler auf das gewünschte Amplitudenverhältnis schieben
- Fügen Sie den neuen Wellenzug an den bereits bestehenden an (Go to End!!!).
- Speichern Sie den gesamten Wellenzug (rechtecksynt.mp3) in den Ordner Akustik12

**Achtung:** Im Gegensatz zur Abb. besteht Ihre Aufgabe in der Synthese einer **Rechteckschwingung!** Kontrollieren Sie die Wellenform jeweils mit der Zoomfunktion.

The screenshot shows the 'Generate Tones' dialog box in Cool Edit 2000. The 'Base Frequency' is set to 440 Hz, 'Modulate By' is 0 Hz, and 'Modulation Frequency' is 0 Hz. The 'Frequency Components' section has five sliders for partial tones with factors 1, 2, 3, 4, and 5. The first slider (factor 1) is at 100%, while the others are at 0%. The 'dB Volume' is set to -4.2. The 'Presets' list includes 'A 440', 'Bell', 'C1-C2 (Oktav)', 'C1-E1 (Terz)', 'C1-E1-C2 Akkord', 'C1-F1 (Quart)', 'C1-G1 (Quint)', and 'C1-G1-C2 Akkord'. The 'General' section shows 'Flavor' set to 'Sine' and 'Duration' set to 2 seconds. The 'Source Modulation' section has 'Modulate', 'DeModulate', and 'Overlap (mix)' options. The main window shows a waveform plot with a red arrow pointing to the end of the signal, labeled 'Go to End'. The status bar at the bottom indicates 'Completed in 0.81 seconds' and '44100 · 8-bit · Mono'.

Die durch Überlagerung entstandenen Wellenzüge weisen eine im Vergleich zur reinen Sinusschwingung **reduzierte Amplitude** aus.

- Wodurch kommt die reduzierte Amplitude der Summenform zustande ?

## Normieren Sie die Amplituden mit folgendem Verfahren

- Wählen Sie den jeweiligen Zeitbereich durch Eingabe von Start und Endzeit im Time Display rechts unten.
- Zoomen Sie in den so markierten Bereich (Zoom to Selection)
- Mit der rechten Maustaste stellen Sie die Amplitudenskala auf "Normalized Values"
- Mit gedrückter Maustaste können Sie den sichtbaren Amplitudenbereich vergrößern.
- Berechnen Sie den benötigten Verstärkungsfaktor und wenden Sie ihn auf den markierten Bereich an (Transform → Amplitude → Amplify).

## Ton / Tonhöhe / Klang / Klangfarbe

- Fügen Sie an das Ende (Go to End!) Ihres Wellenzuges die durch CoolEdit bereitgestellte Standard Rechteckfunktion (2s Dauer) ein. (Generate → Tones, eine Frequenzkomponente, Flavor Square)
- Begutachten (Zoom to Selection bzw. Zoom in to Center) Sie die Veränderungen der Wellenformen in den Übergangsbereiche (2 s, 4 s, 6 s, 8s)
- Spielen Sie den gesamten Wellenzug ab. Was ändert sich ? Was bleibt gleich ?
- Erklären Sie die physikalischen Begriffe Ton und Tonhöhe, Klang und Klangfarbe !

## b)Fourieranalyse einer Rechteckschwingung

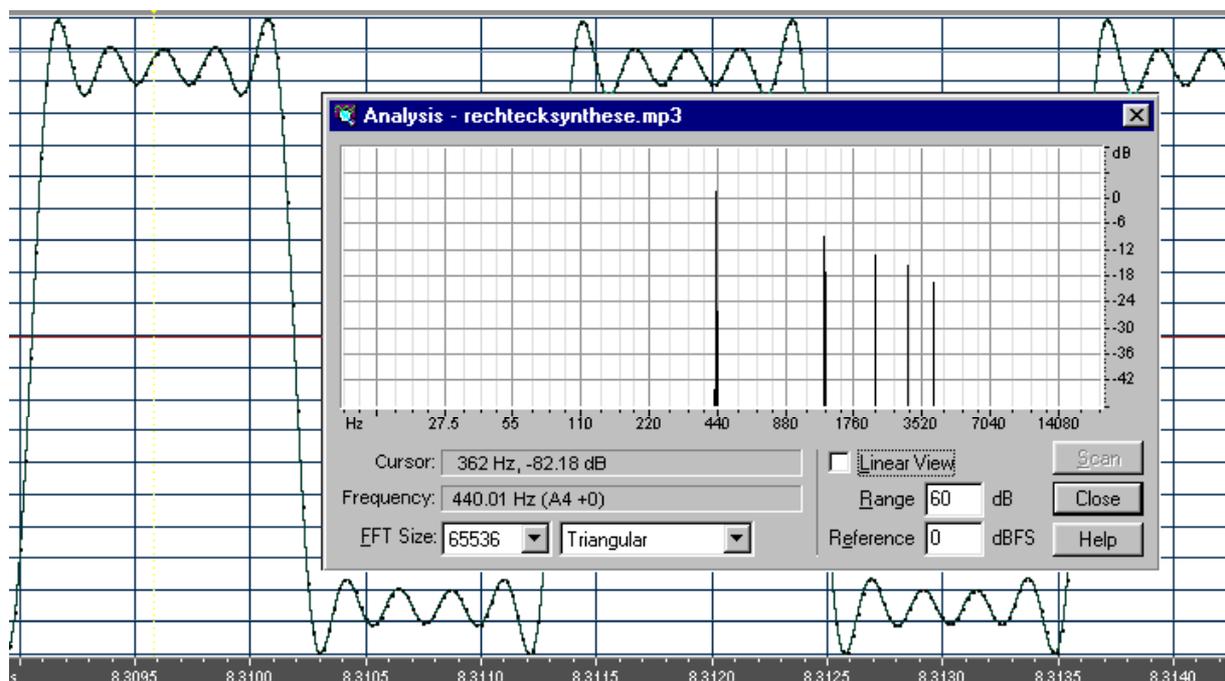
CoolEdit kann aus Klängen, d.h. aus periodischen Schallwellenformen, welche sich durch die Überlagerung (Superposition) des Grundtones mit seinen Ober- oder Partialtönen ergibt, die Amplitudenwerte dieser harmonischen Schwingungsanteile herausrechnen.

- Testen Sie diese Funktionalität mit Ihrem eigenen Wellenzug rechtecksynt.mp3 (schließlich haben Sie ihn selbst erzeugt und wissen, was in ihm steckt!)
- Setzen Sie den Cursor an den **Anfang Ihres Wellenzuges** ( [Shift + Pos1] ).
- Wählen Sie in der Taskleiste **Analyse → Frequency Analysis** (bzw. [Alt + Z])

Das Beispiel zeigt Ihnen, wie man das Analysefenster benutzt:

"FFT-Size" sollte auf dem größtmöglichen Wert (65536) stehen,

"FFT Window Type" auf Triangular, Range auf "60dB" und "Linear View" sollte abgeschaltet sein.



Welchen Zusammenhang stellt das Analysefenster dar, d.h. Welche physikalischen Größen sind aufgetragen ?

- Fahren Sie Ihren Wellenzug bei geöffnetem Analysefenster mit der Fast Forward Taste auf der gesamten Zeitdauer (Cursor im Wellenform-Fenster) durch und beobachten Sie dabei das Frequenzspektrum (im Analysefenster)



#### Bemerkung:

Im Ordner **Akustik12\sounds\fourier\_ohm\test** finden Sie mit der Audiodatei **rechteck\_sinus.wav** ein Abbild des Demonstrationsversuches der letzten Unterrichtsstunde. Spielen Sie es auf den externen Lautsprechern ab (Bei Wiedergabe über Kopfhörer müssen Sie die Audiodatei zuerst in Mono-Wiedergabe konvertieren (Convert Sample Type) )!

- Ein **Rechtecksignal mit der Grundfrequenz  $f_1 = 200\text{Hz}$  (auf dem linken Stereokanal)** wird sukzessive mit reinen Sinustönen der Frequenzen  $f = 200\text{Hz}, 600\text{Hz}, 1000\text{Hz}, 1400\text{Hz}, 1800\text{Hz}$  (auf dem rechten Stereokanal) überlagert.
- Um sich besser auf die akustischen Schwebungen einstellen bzw. konzentrieren zu können, wurde die **Frequenz der Sinustöne kontinuierlich im Bereich  $f \pm 10\text{ Hz}$  variiert**.
- Wenn Sie auch diesen Wellenzug bei geöffnetem Analysefenster mit der Fast-Forward-Taste (oder durch gezieltes Plazieren des Cursors) durchfahren, können Sie - **analog wie Ihr Ohr** - die Überlagerung des Sinustones mit den einzelnen Obertönen des Rechtecksignals beobachten.

#### Das Ohr ist also ein harmonischer Analysator (Frequenz- oder Fourieranalysator):

- Es kann Tonhöhen (Frequenz der Grundschwingung) und Klangfarben (Frequenzspektrum) unterscheiden und sogar - wie dieses Experiment zeigt - die einzelnen Ober- bzw. Partialtöne aus einem Klang- bzw. Frequenzspektrum herausfiltern bzw. heraushören.
- Das Auge besitzt diese Fähigkeit der spektralen (d.h. Frequenz-) Auflösung nicht !!!

## c) Klangfarbe der fundamentalen Schwingungsformen

- Erzeugen Sie einen neuen Wellenzug mit einer Abfolge der fundamentalen Schwingungsformen **Sinus, Dreieck, Rechteck, Sägezahn** (je 2 sec). CoolEdit stellt diese unter dem Auswahlfeld **Flavour** zur Verfügung. Beachten Sie dabei, daß nur eine Harmonische (d.h. der Grundton) gewählt ist!
- Spielen Sie Ihren Wellenzug mit verschiedenen Geschwindigkeiten ab. Wählen Sie hierzu in der Menüleiste **Edit > Adjust Sample Rate**. Was bleibt gleich, was ändert sich ?

**Bem.:** Dies läßt sich mit dem Abspielen einer Schallplatte mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten vergleichen. Die Wellenform, welche Sie eben kreiert haben, entspricht der Furche, in der die Tonnadel läuft !!!

- Welche physikalische Größe bestimmt die **Klanghöhe**, welche die **Klangfarbe**?
- Versuchen Sie, die unterschiedlichen Klangfarben physikalisch zu erklären.
- Versuchen Sie, ein "Gehör" für diese unterschiedlichen Klangfarben zu entwickeln indem Sie diese - wenn möglich - der Klangfarbe musikalischer Instrumente zuordnen.

## d) Ohmsches Gesetz der Akustik Georg Simon Ohm (1787 - 1854)

Die Audiodatei **Ohm.mp3** im Ordner **Akustik12>Ohm** besteht aus fünf Wellenformen, welche sich nur durch die **Phasenlage der einzelnen Partialtöne** zueinander unterscheiden.

- Schauen Sie sich die Wellenform der einzelnen Wellenzüge an (Zoom to Selection).
- Frequenz- und (relative) Amplitudenwerte sind gleich (Überprüfen Sie dies, indem Sie den gesamten Wellenzug bei geöffnetem Analysefenster durchfahren).
- Spielen Sie Audiodatei ab. Welchen Einfluß hat die Phase auf Klanghöhe und -farbe?

Unser Ohr erkennt also Veränderungen von Frequenz (Klanghöhe und Klangfarbe) und/oder Amplitude (Lautstärke), während die Phasen keine Rolle spielen. Diese Erkenntnis geht zurück auf den Physiker Ohm (1787-1854) und ist unter dem Namen Ohmsches Gesetz der Akustik bekannt. Die Reduzierung auf ein zweidimensionales Schaubild (Amplituden- über Frequenzwerten) zur Beschreibung der Klangfarbe ist also gerechtfertigt



# Physik und Musik



## Klangfarbe musikalischer Instrumente

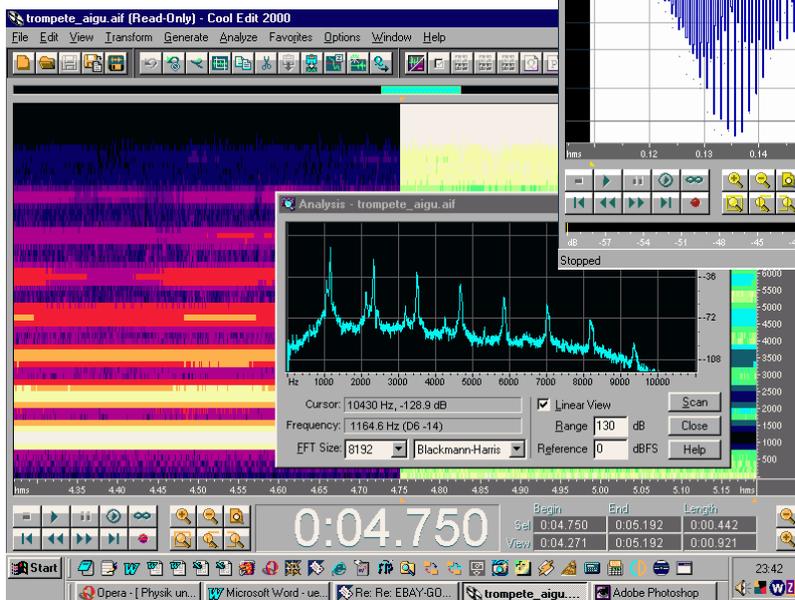
Im folgenden sollen Sie die **Klangspektren** verschiedener musikalischer Instrumente

- auf charakteristische Merkmale untersuchen und
- mit den **physikalischen Bedingungen der Klangerzeugung** verknüpfen.

Um ein Gespür für die Wellenform und dem ihr zugrunde liegendem Frequenzspektrum zu entwickeln, betrachten Sie bitte für jede Audiodatei

- **Wellenform** (View -> Waveform View) und
- zugehöriges **Frequenzspektrum** (Analyse -> Frequency Analysis)

jeweils für mehrere **Zeitbereiche** und **Zeitfenster** (Zoom and Scan).



Bei der Beurteilung und dem Vergleich des Obertonspektrums unterschiedlicher Instrumente kann Ihnen die

**Spektralansicht** (View -> Spectral View) hilfreich sein.

### a) Grundton / Partialtöne / Klangfarbe "hart" oder "weich"

Öffnen Sie im Ordner \akustik12\sounds\klang\

die beiden Audiodateien **querfloete\_medium.aif** und **trompete\_medium.aif**

- Bestimmen sie für den ersten "musikalischen Ton" (physikalisch ist dies ein Klang !!! ) beider Melodien die **Tonhöhe d.h. die Frequenz des Grundtones**, durch Messung der **Periodendauer**.

	Begin	End	Length
Sel	0:00.588	0:00.639	0:00.050
View	0:00.622	0:00.648	0:00.025

Um die Genauigkeit Ihrer Messung zu erhöhen, sollten Sie über **mindestens 10 Perioden** mitteln. Die Zeitdauer eines markierten Bereichs kann man im Zeitfenster (Sel - Length) ablesen (s.Abb.).

- Vergleichen Sie beide **Wellenformen**. Wie unterscheiden sich diese ?

- Bestimmen Sie die **Frequenzwerte der ersten sieben Obertöne** mit Hilfe der Fourieranalyse (Analyse > Frequency Analysis, FFT-Size 8192, Triangular, Linear View, 130 dB), indem Sie den Cursor auf die Amplitudenmaxima plazieren und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein.
- In welchem Verhältnis stehen die Obertöne zum Grundton ?**

<b>Trompete</b>	<b>f [Hz]</b>								
	<b>f / f<sub>0</sub></b>	<b>1</b>							
<b>Querflöte</b>	<b>f [Hz]</b>								
	<b>f / f<sub>0</sub></b>	<b>1</b>							

- Wie viele Obertöne** können Sie identifizieren ?
- Mit welchem Charakteristikum des Klang- bzw. Frequenzspektrums sind die **Klangeindrücke "hart" (Trompete) bzw. "weich" (Querflöte)** verknüpft ?

### Hausaufgabe:

Bei Blasinstrumenten kann man durch sogenanntes "**Überblasen**" von einem Klangregister in das nächste gelangen. Dies entspricht der Anregung der nächsthöheren Harmonischen der Rohrlänge.

Durch das **Öffnen von Grifflöchern** (Holzblasinstrumente) bzw. das **Betätigen von Ventilen** (Blechblasinstrumente) kann man die Länge der schwingenden Luftsäule verkürzen bzw. verlängern.

- In welchem Klangregister des jeweiligen Instrumentes liegen die oben bestimmten Tonhöhen, wenn die Rohrlänge der Querflöte  $L = 67$  cm und die der Trompete  $L = 146$  cm beträgt ?
- Berechnen Sie für die beiden Tonhöhen die Länge der schwingenden Luftsäule. Sind Grifflöcher geschlossen bzw. Ventile betätigt worden, um die jeweiligen Tonhöhen zu erzeugen ?
- Die Tonhöhen, welche ein Blechblasinstrument allein durch Überblasen (d.h. ohne Betätigung der Ventile) spielen kann, nennt man **Naturtonreihe**. Berechnen Sie diese für die Trompete !

## b) Offene und gedackte Pfeifen / Oboe / Klarinette

Die Audiodateien **blockfloete1.wav** im Ordner `\akustik12\sounds\klang\` vergleicht den Klang der **offenen** Blockflöte mit dem Flötenkopf, welcher hierbei mit einer Hand zugedeckt ("**gedackt**") wurde.

- Erklären Sie die **Klangunterschiede!**  
Benutzen Sie hierzu am besten die **Spektralansicht (View → Spectral View)**
- Vergleichen Sie die Darstellungen **Wellenform, Frequenzspektrum und Spektralansicht:**
  - Welche physikalische Größe (Zeit, Frequenz, Amplitude) wird auf welche Weise dargestellt ?
  - Welche Darstellung eignet sich für welche Untersuchungen ?

Öffnen Sie die Audiodateien **oboe.wav** und **klarinette.wav**.

- Betrachten Sie beide **Wellenformen (Zoom)** und bestimmen Sie die Tonhöhe durch **Messung der Periodendauer** (analog zu Aufgabe a).
- Berechnen** Sie die Vielfachen der Grundfrequenzen und tragen Sie diese in die Tabelle ein:

	<b>f / f<sub>0</sub></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Oboe</b>	<b>f [Hz]</b>								
<b>Klarinette</b>	<b>f [Hz]</b>								

- Welche **Partialtöne** treten auf, welche dominieren, welche sind nicht vorhanden ?
- Welches Klangspektrum entspricht bzw. widerspricht Ihren Erwartungen ?

## c) Einschwingvorgang von Lippenpfeifen / Blockflöte

Öffnen Sie die Audiodatei **blockfloete.wav**.

- Betrachten Sie den **zeitlichen Verlauf des Klangspektrums** in der Spektralansicht.
- Beschreiben Sie den **Anblasvorgang (die ersten 50 ms)**, indem Sie Wellenform und Frequenzspektrum (FFT-Size 8192, 80 dB) während des Anblasens mit denen der stabilisierten Luftschwingung vergleichen.
- Markieren Sie ein Zeitfenster ohne Anblasvorgang und spielen Sie diesen Abschnitt wiederholt ab (**play looped**). Wiederholen Sie dies mit einem Zeitfenster, welches den Anblasvorgang beinhaltet. Läßt sich die Blockflöte auch ohne Anblasvorgang wiedererkennen.

## d) Abklingen gezupfter bzw. geschlagener Saiten

Öffnen Sie die Audiodatei **floete\_gitarre.wav**.

- Vergleichen Sie den **zeitlichen Verlauf des Klangspektrums** (Spektralansicht !) eines Blasinstruments (Blockflöte) mit dem eines **gezupften Saiteninstrumentes (Gitarre)**.
- Erklären Sie die Unterschiede !

Öffnen Sie die Audiodateien **klavier\_gliss.aif** und **gitarre\_butte.aif** und betrachten Sie den zeitlichen Verlauf der Klangspektren **gezupfter (Gitarre)** und **angeschlagenen Saiten (Klavier)**.

- Wie lassen sich die zeitlichen Veränderung des Klangbildes erklären ?

## e) Obertonmusik

Öffnen Sie die Datei **obertonsaenger.mp3**.

- Erklären Sie durch **schrittweise Frequenzanalyse** (Fast Forward) über den zeitlichen Klangverlauf bzw. durch **Beschreibung der Spektralansicht**, was man unter Obertonmusik versteht.
- **Was bleibt gleich, was ändert sich ?**
- Bilden Sie sich eine Vorstellung, wie diese Veränderung zustande kommt!

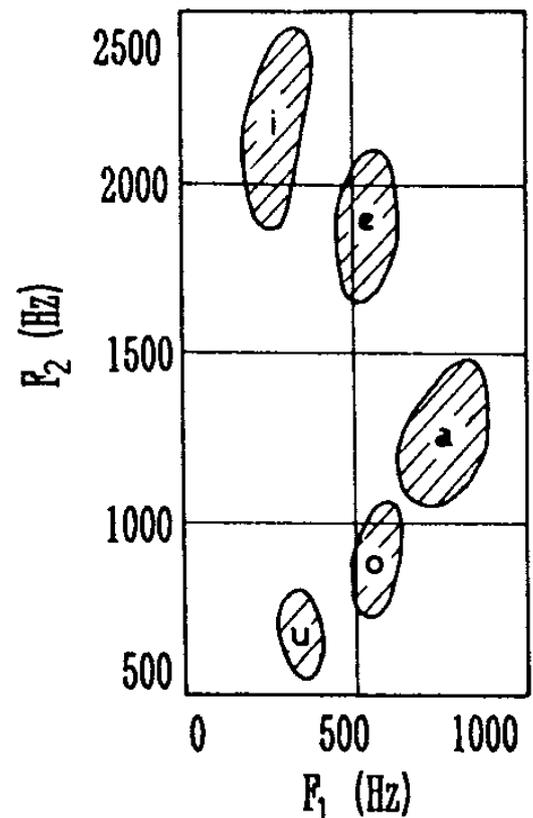
## f) Sprachanalyse und -synthese

**Vokalanalyse:**

- Nehmen Sie verschiedene Vokale mit Ihrem Mikrophon auf und analysieren Sie das Frequenzspektrum.
- Versuchen Sie die Vokale dem **Formantendiagramm** (Abbildung rechts) zuzuordnen.

**Vokalsynthese**

- Verwenden Sie Ihr eigenes Vokalspektrum oder öffnen Sie die Audiodatei **\\Akustik12\sounds\sprache\vokale\_male.wav**
- Skizzieren Sie das Frequenzspektrum auf ein Blatt Papier (logarithmischer Maßstab).
- Die Datei **grund.mp3** enthält ein **ausgeglichenes Klangspektrum**, d.h. im Bereich bis 6000 Hz sind alle Frequenzen mit annähernd gleicher Amplitude vertreten.
- Mit den **Filterfunktionen von CoolEdit (Transform -> Filters -> FFT-Filter)** können Sie in diese Datei Formanten "hineinschneiden".
- Versuchen Sie, auf diese Weise Ihre **Vokale zu synthetisieren**.



## Frequenzbestimmung über Periodendauer:

Querflöte:  $T = 39 \text{ ms} / 20 = 1,95 \text{ ms} \Rightarrow f = 1/T = 1/(1,95 \text{ ms}) = 513 \text{ Hz}$   
 Trompete:  $T = 50 \text{ ms} / 20 = 2,50 \text{ ms} \Rightarrow f = 1/T = 1/(2,50 \text{ ms}) = 400 \text{ Hz}$

Querflöte (Wenige Obertöne (nur 6 erkennbar), Sinusförmige Wellenform, Weicher Klang, streng harmonisch)														
f [Hz]	508	1014	1521	2028	2535	3042	3550							
f / f <sub>1</sub>	1,00	2,00	3,00	3,99	4,99	5,99	6,99							
f [Hz]	508	1016	1524	2032	2540	3048	3556							

## Berechnung der schwingenden Luftsäule L\*:

$$f = \frac{c}{\lambda_k} = k \left( \frac{c}{2L^*} \right) \Rightarrow L^* = k \left( \frac{c}{2f} \right) = k \left( \frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 508 \text{ Hz}} \right) = k \cdot 33,5 \text{ cm} \leq L = 67 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow k = 2; \quad L^* - L = 0 \text{ cm}$$

Trompete (Viele Obertöne (26 sichtbar), nicht sinusförmige WF, Harter Klang, mehr und mehr "anharmonisch")															
f [Hz]	400	789	1185	1570	1955	2371	2756	3156	3556	3941	4342	4727	5127	5512	5912
f / f <sub>1</sub>	1,00	1,97	2,96	3,92	4,88	5,92	6,88	7,88	8,88	9,85	10,85	11,81	12,8	13,8	14,8
f [Hz]	400	801	1201	1601	2002	2402	2802	3202	3603	4003	4403	4804	5204	5604	6005

## Berechnung der schwingenden Luftsäule L\*:

$$f = \frac{c}{\lambda_k} = k \left( \frac{c}{2L^*} \right) \Rightarrow L^* = k \left( \frac{c}{2f} \right) = k \left( \frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 400 \text{ Hz}} \right) = k \cdot 42,5 \text{ cm} \leq L = 146 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow k = 4; \quad L^* - L = 24 \text{ cm}$$

## Berechnung der Naturtonreihe:

$$f = \frac{c}{\lambda_k} = k \left( \frac{c}{2L} \right) = k \left( \frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 1,46 \text{ m}} \right) \approx k \cdot 116,5 \text{ Hz}$$

$f_1 = 116,5 \text{ Hz (B)}; \quad f_2 = 233 \text{ Hz (b)}; \quad f_3 = 349,5 \text{ Hz (f)}; \quad f_4 = 466 \text{ Hz (b')};$

## "Hart und Weich"

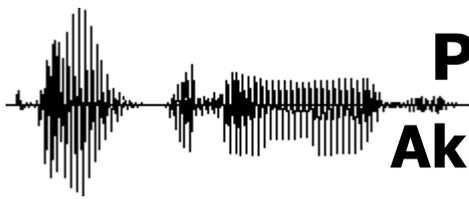
- **Trompete:** hoher Anteil von Obertönen (**harter Klang**)
- **Querflöte:** geringer Anteil von Obertönen (**weicher Klang**)

## Oboe, Saxophon, Klarinette:

- Grundton:  $f = 259 \text{ Hz}$
- Oboe: Dominierend ist  $1297 \text{ Hz}$

	f / f <sub>0</sub>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Oboe</b>	f [Hz]	259	518	777	1036	1295	1554	1813	2072
<b>Klarinette</b>	f [Hz]	259	518	777	1036	1295	1554	1813	2072

- Klarinette:
  - Zweite und vierte Harmonische sind unterdrückt,
  - sechste und achte Harmonische jedoch nicht!
- Randbedingungen: ein Ende offen, eines geschlossen



# Physik und Musik

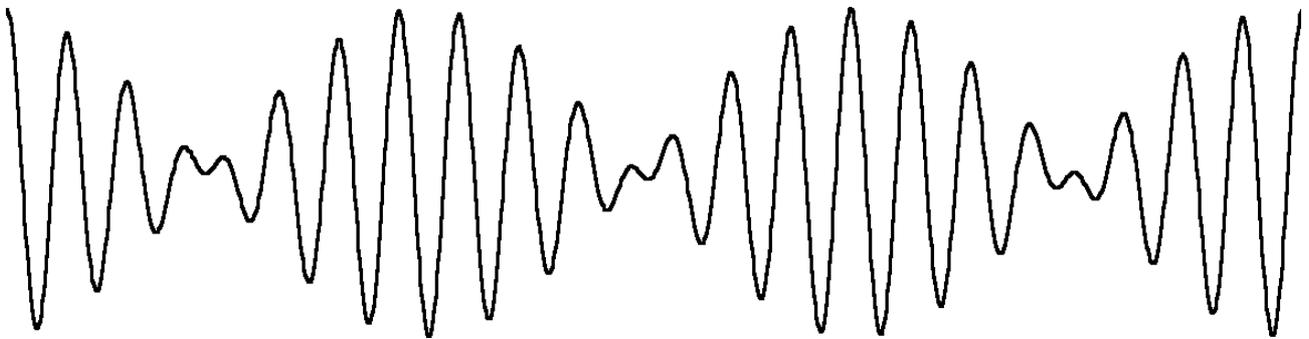
## Akustische Täuschungen



Unser akustischer Wahrnehmungsapparat (Ohr und Gehirn) hört die Außenwelt nicht einfach so, "wie sie ist": Schon im Innenohr laufen Prozesse ab, die einige der eingehenden Informationen verstärken und andere wegfiltren. Im Gehirn kommt es zu weiteren Deutungen des Gehörten. Dies geht so weit, dass man unter geeigneten Bedingungen Töne wahrnimmt, die nachweisbar nicht von außen kommen. Solche Phänomene könnte man "akustische Täuschungen" nennen. Die Versuche dieses Teilthemas entstammen zum großen Teil dem Artikel "Hörexperimente: Nichtlineare Dynamik auf materieller und mentaler Ebene" von Manfred Euler (in: Biologie in unserer Zeit, 26. Jg. 1995, Heft 5).

### 1. Schwebungen / Ortstheorie / Begrenzte Trennschärfe

Empfängt das Ohr zwei Töne, deren Frequenzen nur wenig voneinander verschieden sind, so nimmt man nur einen Ton wahr, dessen Lautstärke periodisch an- und abschwilt. Dieses Phänomen heißt Schwebung und ist in der begrenzten Trennschärfe des Ohres begründet.



Musiker verwenden Schwebungen, um Instrumente zu stimmen. Man schlägt die "a"-Saite an und gleichzeitig eine Stimmgabel. Nun ändert man die Saitenspannung so lange, bis keine Schwebung mehr zu hören ist. Beide Schallquellen schwingen nun mit der gleichen Frequenz.

- Erzeugen Sie eine Stereo-Datei (**New -> Stereo Datei (44100 Hz Sample Rate, 16bit, Stereo)**) oder verwenden Sie die Datei **akustik12\sounds\taeuschungen\sinus400-480\_stereo.mp3**.
  - Auf den linken Kanal geben Sie einen Sinuston fester Frequenz (Kammerton a mit  $f = 440$  Hz)  
**Select left Channel [Ctrl-L] > Generate Tones > Sinus 440 Hz, 20 sec**
  - Auf den rechten Kanal lassen Sie einen Sinuston den Frequenzbereich von  $f = 400$  Hz bis  $f = 480$  Hz durchlaufen  
**Select right Channel [Ctrl-R] > Generate Tones > Sinus 400 Hz (initial settings) 480 Hz (final settings), 20 sec**
- Spielen Sie die Stereodatei sowohl über die externen **Lautsprechern** als auch über Ihre **Kopfhörer** ab. Erklären Sie, warum Sie im zweiten Fall keine Schwebung wahrnehmen können.
- **Konvertieren Sie die Stereodatei in Mono (Edit > Convert Sample Type > Mono)** und spielen Sie diese Datei über Ihren Kopfhörer ab. Betrachten Sie die Wellenform.
- Um die **individuelle Trennschärfe** Ihres Ohres zu bestimmen, markieren Sie kleinere Zeitbereiche und spielen diese mit der **Loopfunktion** wiederholt ab. Ab welchem Frequenzunterschied können Sie getrennte Töne wahrnehmen?

## 2. Kombinationstöne / Grenzen des Superpositionsprinzips

Das **Prinzip der ungestörten Überlagerung (Superpositionsprinzip)** ist unabdingbare Voraussetzung für Fouriersynthese und -analyse. Die Überlagerung der Wanderwellen im Innenohr ist jedoch z.T. **nicht-linear**, d.h. zwei Wellen mit verschiedenen Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  können so miteinander wechselwirken, daß neue Frequenzen, sog. Kombinationstöne entstehen:

$$f_{komb} = m f_1 \pm n f_2 \quad \text{mit} \quad m, n \in \mathbb{N}$$

Erzeugen Sie - analog zur Datei sinus400-480\_stereo.mp3 der vorangegangenen Übung - eine Stereodatei, wobei der auf dem rechten Kanal überstrichene **Frequenzbereich von 200 Hz bis 800 Hz** reicht. Sie können auch fertige Datei **akustik12\sounds\taeuschungen\kombination.mp3** öffnen.

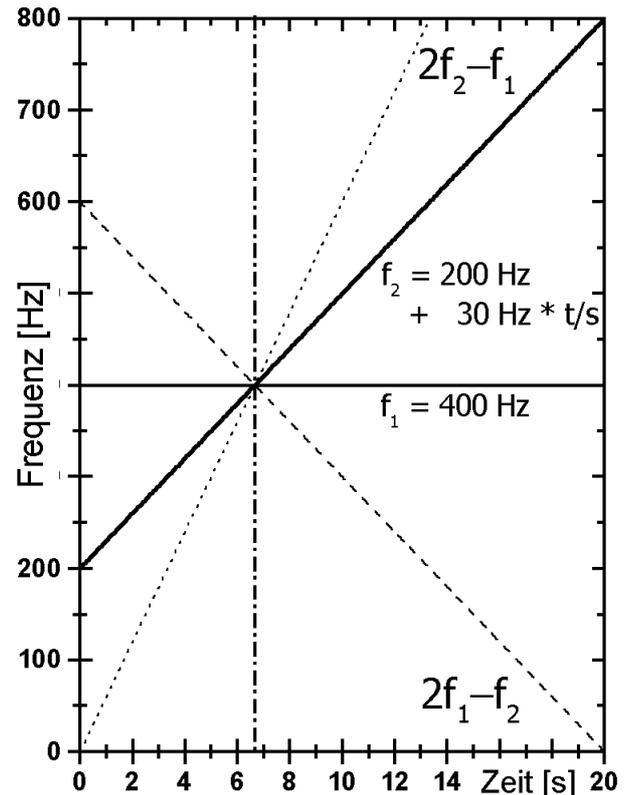
Achten Sie auf folgendes **akustisches Empfinden**:

- Im Bereich von  $f_2 = 250\text{Hz} - 350\text{Hz}$  d.h. **zwischen  $t = 2\text{s}$  und  $t = 5\text{s}$**  können Sie im Hintergrund einen **rasch ansteigenden Brummtönen der Frequenz  $f = 2f_2 - f_1$**  wahrnehmen.
- In unmittelbarer Nähe von  $f_2 \approx 400\text{ Hz} = f_1$  ( $t = 6,7\text{s}$ ) werden Sie **Schwebungen** hören.
- Im Bereich von  $f_2 = 450\text{Hz} - 600\text{Hz}$  d.h. zwischen  **$t = 8\text{s}$  und  $t = 13\text{s}$**  können Sie im Hintergrund sowohl einen **ansteigenden ( $f = 2f_2 - f_1$ )** als auch einen **absteigenden ( $f = 2f_1 - f_2$ )** Ton wahrnehmen.

Diese Kombinationstöne können **erst bei relativ großer Lautstärke** der beiden erzeugenden Töne gehört werden.

### Bemerkung:

Bei Übersteuerung eines elektroakustischen Verstärkers sind diese Töne tatsächlich d.h. auch physikalisch vorhanden und durch das **nicht-lineare Verhalten des Verstärkers** bedingt.



### 3. Residuumstöne / Fehlender Grundton

Die überragende Bedeutung der **Obertöne**

- nicht nur für die Empfindung einer **Klangfarbe** (über ihren relativen Amplitudenbeitrag),
- sondern auch für die **Tonhöhenbestimmung** (über ihren konstanten Frequenzunterschied)

zeigt sich besonders deutlich bei dem **Phänomen der Residuumstöne** (fehlender Grundton):

Sind von einem Klang nur Obertöne vorhanden, so **"rekonstruiert" unser Gehirn** die vermutete **fehlende Grundfrequenz**: Ist beispielsweise von einem Klang mit der Grundfrequenz  $f = 100$  Hz nur die 20., 21. und 22. Oberschwingung vorhanden (also die Frequenzen 2000 Hz, 2100 Hz, 2200 Hz), so hören wir nicht nur ein hochfrequentes Tongemisch, sondern wir hören deutlich die Grundfrequenz (als tiefen Brummtönen) heraus.

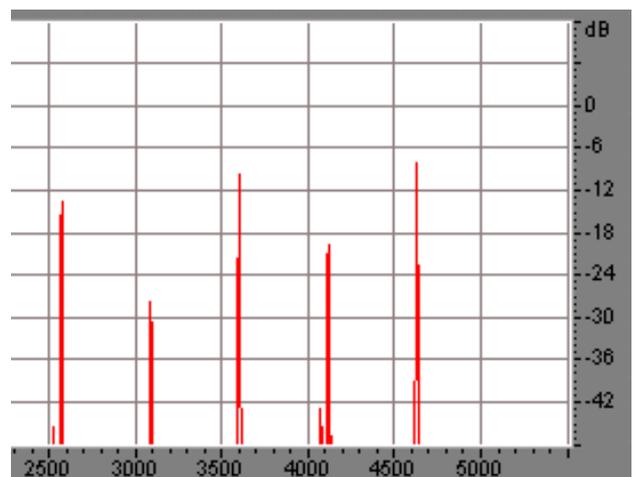
- Überzeugen Sie sich hiervon, indem Sie die Datei **taeuschungen\residuum.mp3** abspielen.
- Die Datei **schneider\_wav\physiol\fehlfund.wav** demonstriert diesen Effekt durch den Vergleich (Überprüfen Sie die tatsächliche d.h. physikal. Existenz der Obertöne durch Frequenzanalyse !!)
- eines reinen Sinustones mit  $f = 160$  Hz
- eines Rechteckklanges dergleichen Tonhöhe ( $f_k = (2k-1) \cdot 160$  Hz;  $k = 1, 2, 3, \dots$ )
- eines Rechteckklanges mit "fehlendem Grundton" ( $f_k = (2k-1) \cdot 160$  Hz;  $k = 2, 3, \dots$ ) d.h. die niedrigste Frequenz ist hier  $f_3 = 480$  Hz und damit zwei Oktaven höher als der Grundton.
- Noch deutlicher hört man diesen Effekt bei der Audiodatei **taeuschungen\resid300.mp3**. Diese erzeugt gleitende Obertöne (2,0 kHz, 2,3 kHz, 2,6 kHz, 2,9 kHz aufwärts auf 3 kHz) und damit auch einen gleitenden Residuumston (von 300 Hz abwärts auf 0 Hz)

Besonders **im Kontext einer Melodie** werden solche Töne, deren Frequenzen physikalisch nicht vorhanden sind und erst durch den Wahrnehmungsapparat ergänzt werden, durchaus akzeptiert.

Dies zeigt sich z.B. bei der Wiedergabe tiefer Frequenzbereiche durch die Lautsprecher von **Transistorradios** oder bei **akustischen Glückwunschkarten**:

Die hierin verpackten **Piezo-Lautsprecher** können nur Töne mit einer Frequenz über  $f > 2$  kHz mit hörbarer Lautstärke abgeben, für tiefere Töne sind sie ungeeignet. Für deren Wiedergabe bzw. Vortäuschung macht man sich den eben besprochenen Effekt der Residuumstöne zu Nutze.

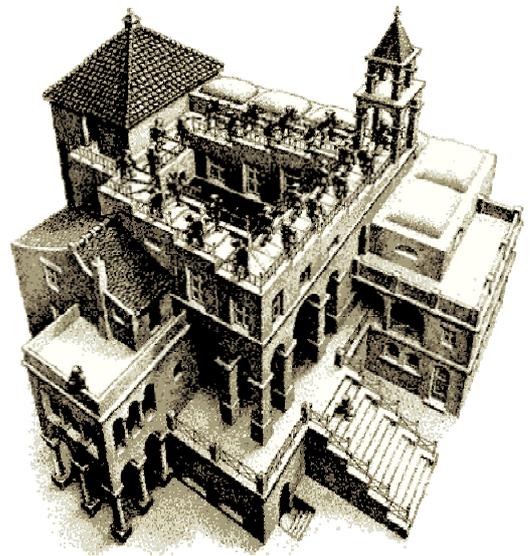
Spielen Sie die Audiodatei **residuum\_piezo.wav** bei geöffnetem **Analysefenster** ab (FFT-Size 4096, Triangular, Linear View, Range 40dB, Ref. -24 dBFS)



- Die ersten vier Töne (Hoch-soll-er-le) haben die gleiche Tonhöhe; die Spektren bestehen i.W. aus fünf scharfen Linien (siehe Abb.) **im Frequenzbereich 2,5 kHz bis 4,6 kHz** mit einem festen gegenseitigen Abstand von **514 Hz**. Dies entspricht dem **zweigestrichenen C**.
- Beim nächsten Ton (-ben) ist der Abstand der einzelnen Linien **382 Hz (G1)**.
- Die nächsten vier gleichen Töne (Hoch-soll-er-le) werden durch einen gegenseitigen Frequenzabstand von **650 Hz (E<sup>''</sup>)** bestimmt.
- Beim nächsten Ton (-ben) ist der Abstand der einzelnen Linien wieder **514 Hz (C<sup>''</sup>)**.

## 4. Der Shepard Effekt: Endlos steigende Tonfolgen

Die bekannte Lithographie "Treppauf, Treppab" von Maurits Cornelis Escher (nach einer Idee von L.S. und Roger Penrose) zeigt eine unmögliche Situation: Mönche steigen in einer unendlichen Abfolge Stufe um Stufe einer Treppe treppauf bzw. treppab.



### Einen ähnlichen unendlichen Zyklus gibt es auch akustisch: Die Shepard-Tonleiter.

(nach dem Psychologen und Akustiker Roger N. Shepard)

Spielen Sie die **Audiodatei shepard.wav** ab.

Hier geht es mit der Tonhöhe offensichtlich bergauf. Das Verblüffende dabei ist, daß man diese Tonspirale beliebig lange laufen lassen kann, ohne daß der Ton schließlich an der Hörgrenze ankommt.

In seinem Buch "Goedel, Escher, Bach, ein endlos geflochtenes Band" gibt der Autor Douglas R. Hofstadter ein Rezept zur Konstruktion einer Shepard-Tonfolge an. Es ist in der folgenden Abbildung wiedergegeben:

Ein Zyklus einer Shepard-Tonleiter. Notengröße=Lautstärke.

- Das Notenbild zeigt **vier gleichzeitig gespielte Halbtonfolgen**, die sich jeweils um eine Oktave voneinander unterscheiden d.h. für die Frequenzen gilt:  $f_1, 2f_1, 4f_1, 8f_1$ .
- Alle Folgen erstrecken sich über eine Oktave d.h. Die Grundfrequenz  $f_1$  hat sich innerhalb der Tonfolge verdoppelt.

Das Besondere an der Tonfolge sind die Lautstärken innerhalb der Einzelstimmen, die im Notenbild durch die Fläche der Notenköpfe symbolisiert sind:

- Die Lautstärke der höchsten Stimme nimmt ab: Sie beginnt bei **halbem Volumen** und erreicht am Ende der Oktave den **Wert Null**.
- Die Lautstärke der zweithöchsten Stimme fällt ebenfalls: Sie beginnt bei **vollem Volumen** und erreicht am Ende der Oktave das **halbe Volumen**.
- Die Lautstärke der dritthöchsten Stimme nimmt zu: Sie beginnt bei **halbem Volumen** und erreicht am Ende der Oktave das **volle Volumen**.
- Die Lautstärke der tiefsten Stimme steigt ebenfalls: Sie beginnt bei **null** und erreicht am Ende der Oktave das **halbe Volumen**.

**Der letzte Klang ist also mit dem ersten identisch und die Tonfolge somit geschlossen.**

Mehr Infos zu akustischen Täuschungen im Web:

- <http://users.aol.com/gykophys/shep.htm>
- <http://cips02.physik.uni-bonn.de/~scheller/acoustic-illusions/main.html>