

Landeslehrerprüfungsamt
Außenstelle beim Oberschulamt
Tübingen

Staatliches Seminar für
Schulpädagogik
Tübingen

Zweite Staatsprüfung für die Laufbahn
des höheren Schuldienstes an Gymnasien

Schriftliche Arbeit
Physik

Schwingungslehre in Kursstufe 12

Ein Unterrichtsversuch
unter besonderer Berücksichtigung
musikalischer Aspekte

von
Ernst Schreier
September 2003

Betreuer: H.-P. Götz
Kurs 2002/2004

Ich versichere, daß ich die schriftliche Arbeit selbstständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt habe und daß ich alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, durch Angabe der Quellen als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

Im Falle der Aufbewahrung meiner Arbeit im Archiv des Seminars für Schulpädagogik bzw. im Staatsarchiv erkläre ich mein Einverständnis, daß die Arbeit Benutzern zugänglich gemacht werden kann.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorüberlegungen	1
1.1 FACHWISSENSCHAFTLICHE ÜBERLEGUNGEN	1
1.1.1 BEDEUTUNG DER SCHWINGUNGSLEHRE UND ÜBERGEORDNETE LERNZIELE	1
1.1.2 MUSIKALISCHE ASPEKTE ALS THEMENGEBIET FÄCHERÜBERGREIFENDEN DENKENS	1
1.1.3 BEDEUTUNG DER FOURIERSYNTHESE UND ANALYSE FÜR DIE PHYSIK	2
1.1.4 VERWENDUNG VON FACHBEGRIFFEN	3
1.2 METHODISCH-DIDAKTISCHE ÜBERLEGUNGEN	5
1.2.1 BEHANDLUNG DER DISKRETEEN FOURIERTRANSFORMATION	5
1.2.2 DER COMPUTER ALS LEHRMITTEL / WAHL DER EINGESETZTEN SOFTWARE	5
1.2.3 WAHL DER UNTERRICHTSMETHODE	7
2 Planung, Durchführung und Stundenreflexion	9
2.1 RAHMENBEDINGUNGEN	9
2.2 STOFFVERTEILUNG IM ÜBERBLICK	9
2.3 THEMENBEREICH STEHENDE QUERWELLEN / FOURIERSYNTHESE UND FOURIERANALYSE	12
2.3.1 STEHENDE QUERWELLEN / EIGENSCHWINGUNGEN UND EIGENFREQUENZEN (01.07.2003)	14
2.3.2 FOURIERANALYSE (AKUSTISCH) UND FOURIERSYNTHESE (GRAFISCH / GTR) (04.07.2003)	16
2.3.3 FOURIERSYNTHESE / BEDIENUNG DES AUDIOEDITORS COOL EDIT 2000 ® (08.07.2003)	18
2.3.4 FOURIERANALYSE / FREQUENZSPEKTRUM / KLANGFARBE / OHMSCHES GESETZ (10.07.2003)	20
2.4 THEMENBEREICH STEHENDE LÄNGSWELLEN / SCHWINGENDE LUFTSÄULEN	24
2.4.1 RESONANZ / QUINCK'SCHES RESONANZROHR (10.07.2003)	26
2.4.2 STEHENDE LÄNGSWELLEN / SCHNELLE UND DRUCK / KUNDT'SCHES ROHR (11.07.2003)	27
2.4.3 RANDBEDINGUNGEN UND EIGENSCHWINGUNGEN / KUNDT'SCHES ROHR (15.07.2003)	29
2.5 THEMENBEREICH KLANGANALYSE	31
2.5.1 SCHWINGUNGSANREGUNG / MENSCHLICHE STIMME UND SPRACHE (17.07.2003)	33
2.5.2 KLANGANALYSE: PARTIALTÖNE, KLANGSPEKTRUM, SPEKTRALANSICHT (17.07.2003)	35
2.5.3 KLANGANALYSE: ZEITLICHE VORGÄNGE, MENSCHLICHE STIMME (18.07.2003)	40
2.6 THEMENBEREICH PHYSIOLOGIE DES OHRES / AKUSTISCHE TÄUSCHUNGEN	44
2.6.1 PHYSIOLOGIE DES OHRES UND PSYCHOPHYSIK: AKUSTISCHE TÄUSCHUNGEN (22.07.2003)	45
3 Schlussbetrachtung: Analyse und Ausblick	48
3.1 RESONANZ DER SCHÜLER	48
3.2 BEURTEILUNG AUS DER SICHT DES LEHRERS	49
3.3 AUSBLICK: WEITERE THEMENBEREICHE / ANDERE UNTERRICHTSFORMEN	51
4 Literaturverzeichnis	52
A. Anhang	55

1 Vorüberlegungen

1.1 Fachwissenschaftliche Überlegungen

1.1.1 Bedeutung der Schwingungslehre und übergeordnete Lernziele

Im Physikunterricht der Kursstufe nimmt die Schwingungslehre eine zentrale Stellung ein. Das Besondere ist hierbei die gemeinsame Struktur des Phänomens u.a. in Mechanik, Elektrizitätslehre, Optik, Wärmelehre, Kernphysik etc., dessen einheitliche mathematische Beschreibung und deren Bedeutung für die physikalische Modellbildung [Göt02].

Auf diese Bedeutungsschwerpunkte wird im aktuellen Bildungsplan für die Kursstufe [BPKS01] direkt hingewiesen. So heißt es bei der Einführung zu Lehrplaneinheit 4 (Mechanische Schwingungen und Wellen): *"Bei der mathematischen Behandlung der harmonischen Schwingung und bei der physikalischen Interpretation der Ergebnisse lernen die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung der Mathematisierung physikalischer Probleme beispielhaft kennen."* Und bei den elektromagnetischen Schwingungen und Wellen (Lehrplaneinheit 5) steht: *"Die analoge mathematische Struktur bei der Beschreibung mechanischer und elektromagnetischer Schwingungen verdeutlicht die Stärke übergreifender Modellvorstellungen."* Auch in Bezug auf die Stoffanordnung trägt der aktuelle Bildungsplan [BPKS01], gültig ab August 2002, dieser Intention Rechnung: Im Gegensatz zum bislang gültigen Lehrplan folgen beide Einheiten Mechanische Schwingungen und Wellen (LPE 4) und Elektromagnetische Schwingungen und Wellen (LPE 5) unmittelbar aufeinander.

Die eingehende Behandlung der mechanischen Schwingungen und Wellen bietet hierbei durch die unmittelbar (optisch und akustisch) erfahrbaren Phänomene den idealen Einstieg in die physikalischen Modellvorstellungen und legt damit den Grundstock für das Verständnis der daran anschließenden Themenbereiche: Die charakteristischen physikalischen Größen (Frequenz, Wellenlänge, Schnelle, Phasengeschwindigkeit) werden mit (mechanischen) Modellvorstellungen verknüpft und die mathematische Beschreibung durch die Korrespondenz von Zeigerdarstellung und trigonometrischen Funktionen (Mathematik, LPE 3) beispielhaft und einsichtig vor Augen geführt.

Gedämpfte und erzwungene Schwingungen, Resonanzphänomene, Superposition und die Behandlung von fortschreitenden und stehenden Längswellen erscheinen im Bildungsplan zwar nur als Wahlthemen, jedoch wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß *"die Physiklehrerin bzw. der Physiklehrer ... den Pflichtbereich durch Themen des Wahlbereichs und eigene Schwerpunkte zu einem geschlossenen Unterrichtsgang"* [BPKS01, S.196] ergänzen sollen.

1.1.2 Musikalische Aspekte als Themengebiet fächerübergreifenden Denkens

Eine ideale Möglichkeit, die grundlegenden Begriffe, Größen und Modelle der Schwingungslehre anzuwenden, zu festigen und die oben genannten Wahlthemen mit einzubeziehen, bietet hierbei die Behandlung akustischer Schwingungen und stehender Quer- und Längswellen als Grundlage von Musikinstrumenten und deren Klangfarben. Diese Intention wird im Bildungsplan direkt angesprochen [BPKS01, LPE 4]: *"Die Behandlung der stehenden Wellen und der Eigenschwingungen auf begrenzten Wellenträgern kann dazu beitragen, ein tieferes Verständnis für die Funktionsweise von Musikinstrumenten zu erlangen."* Andererseits erhalten hier die physikalischen Grundbegriffe der Schwingungslehre eine über die Physik hinaus reichende und intuitiv erfassbare Bedeutung. Auch das begleitende Lehrbuch [DoBa00] widmet sich in relativ eingehender Art und Weise dem Themengebiet der Musikinstrumente, insbesondere der Klangerzeugung, dem Klangspektrum und als Vertiefungsthema der Fouriersynthese und -analyse.

Zu den wesentlichen *"Merkmale einer spezifischen Didaktik der gymnasialen Oberstufe"* zählen laut Bildungsplan [BPKS01, Vorwort] *"Unterrichtsinhalte, die über sich selbst hinausweisen, fachlicher Isolierung entgegenwirken und somit vernetztes, fächerübergreifendes Denken fördern."* Die Behandlung musikalischer und akustischer Aspekte der Schwingungslehre darf in diesem Zusammenhang als exemplarisch gelten, ergeben sich hier doch zahlreiche Verknüpfungen zu anderen Disziplinen:

Musik / Klang- und Harmonielehre

Physik und Musik sind im Themenbereich mechanischer Schwingungen und Wellen überaus eng miteinander verbunden: Jegliche Klangerzeugung beruht auf der Anregung stehender Quer- oder Längswellen auf begrenzten Saiten oder Luftsäulen. Anregungsmechanismus und Randbedingungen des jeweiligen Musikinstrumentes legen die Zusammensetzung der Eigenschwingungen (Frequenzspektrum) und damit die Klangfarbe des Instrumentes fest. Die musikalischen Bezeichnungen Ton und Tonhöhe, Klang und Klangfarbe, Grundton, Oberton bzw. Partialtöne erhalten erst durch das physikalische Modell ihre Bedeutung. Selbst das Empfinden von Harmonie, die Konsonanz bzw. Dissonanz verschiedener Klänge, erklärt sich erst aus der Überlagerung der einzelnen Klangspektren und dem physiologischen Wahrnehmungsmechanismus.

Psychophysik / Physiologie / Biologie

Die Verknüpfung musikalischer Klang- und Harmonieempfindung mit dem physikalischen Frequenzspektrum ist aber nur ein Teil der Psychophysik, der "Grenz"wissenschaft zwischen objektiv meßbaren physikalischen Reizgrößen und subjektiv wahrnehmbaren Reizempfindungen. Viele akustische Phänomene (z.B. Schwebungen), die Funktion des Ohres als "menschlicher Frequenzanalysator", der Vergleich musikalischer Tonintervalle mit den entsprechenden physikalischen Frequenzverhältnissen, die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Lautstärkeempfinden und Schwingungsamplitude, all dies führt zwangsläufig in den Bereich der Sinneswahrnehmung (Weber-Fechner-Gesetz) und ihren physiologisch-biologischen Grundlagen.

Kommunikations- und Informationstechnik

Erkenntnisse der akustischen Psychophysik sind Grundlagen aktueller Forschungs- und Entwicklungsarbeit in Kommunikations- und Informationstechnik (z.B. MPEG-Komprimierungsverfahren von Audiodateien). Die Einführung und Erläuterung der Fouriertransformation bei der Analyse musikalischer Klänge kann den Weg bereiten zu zahlreichen Anwendungen in Wissenschaft und Technik (z.B. Spracherkennung und -ausgabe, Signalübertragung und Signalverarbeitung, Bildbearbeitung etc.).

Mathematik

Die Logarithmik der Sinneswahrnehmung, speziell der Wahrnehmung von Frequenz und Amplitude akustischer Schwingungen, sowie die verschiedenen Definitionen von Tonintervallen und -systemen stellen ein reichhaltiges mathematisches Übungsfeld zwischen Bruchrechnung und Logarithmen dar. Speziell im Bereich der Kursstufe bietet sich die Schwingungslehre als physikalisches Anwendungsgebiet und Motivation für die Behandlung trigonometrischer Funktionen und der Reihenentwicklung an.

1.1.3 Bedeutung der Fouriersynthese und analyse für die Physik

Für das fachspezifische Lernziel *"...die Bedeutung der Mathematisierung physikalischer Probleme beispielhaft kennen"* [BPKS01] zu lernen, bietet sich die Schwingungs- und Wellenlehre und insbesondere die für die Analyse von Schwingungsvorgängen in Wissenschaft und Technik bedeutende Fourieranalyse in idealer Weise an: Die trigonometrischen Funktionen und deren Additionstheoreme sind aus dem Mathematikunterricht (LPE 3) hinreichend bekannt und sollten stets neben der Zeigerdarstellung als alternative Beschreibungsform harmonischer Schwingungen behandelt

werden. Vor allem die Superposition zweier Schwingungen bzw. Wellen sollte in beiden Darstellungen vorgeführt werden. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern¹ zum einen die formale Gleichwertigkeit beider Beschreibungen vor Augen geführt, zum anderen auf die Vorteile einer geeigneten Wahl der Darstellung hingewiesen².

Wird der Wechsel zwischen Zeigerdarstellung und Verwendung trigonometrischer Funktionen von den Schülern noch meist als künstlich und unnötig empfunden, so ändert sich diese Einstellung gegenüber Darstellungswechseln spätestens bei der Behandlung der Superposition beliebig vieler Schwingungen. Der Vorteil des Wechsels in eine dem jeweiligen System adäquate Beschreibung wird durch die Fourieranalyse, d.h. den Wechsel der Darstellung vom Zeit- in den Frequenzraum auf exemplarische Art und Weise offensichtlich: Periodische Vorgänge und Strukturen lassen sich systembedingt einfacher und angemessener durch die (strukturbildenden) Frequenzen beschreiben als durch ihre komplexe zeitliche oder räumliche Manifestation.

Um dieses fachspezifische Lernziel nicht durch die anspruchsvolle Theorie der Fourierreihen zu verdecken, sollte der mathematische Formalismus lediglich durch die beispielhafte Synthese einiger Standardsignalformen (z.B. Rechteck, Dreieck, Sägezahn) nachvollzogen und damit veranschaulicht werden. Der mathematischen Formalismus sollte im Sinne des Wortes lediglich als mathematische Form der an sich wesentlichen physikalischen Modellvorstellung begriffen und damit als Hilfsmittel und nicht als Hemmschwelle des physikalischen Denkens erfahren werden (Kap.1.2.1)

Da (zeitlich und/oder räumlich) periodische Strukturen in vielfältiger Weise in Alltag, Technik und Wissenschaft auftreten, ist die Fourieranalyse zudem eine über die Grenzen der Physik hinausreichende, weit verbreitete Standardmethode. Den Schülern wird damit exemplarisch die universelle Anwendbarkeit physikalischer Modellvorstellungen und Lösungsmethoden auf andere Lebensbereiche und Wissenschaftszweige vor Augen geführt. Dies sollte durch Verweis auf konkrete Anwendungen (Schaltkreise der Elektrotechnik, Muster- und Strukturerkennung, Filtermethoden in bildgebenden und bildverarbeitenden Verfahren, Signal- und Kommunikationstechnik, Datenreduktion und -komprimierungsverfahren, Sprachanalyse und -synthese etc.) untermauert werden.

1.1.4 Verwendung von Fachbegriffen

Wie die Überschreitung regionaler Grenzen zieht auch die Überschreitung einer "Fachgebietsgrenze" Sprachprobleme bzw. Begriffskonflikte nach sich. Kann die Verknüpfung physikalischer Fachbegriffe mit musikalischen Bezeichnungen durchaus zur Veranschaulichung und Vertiefung der jeweiligen Bedeutung beitragen, so sollte doch darauf geachtet werden, daß zumindest bei der Einführung bzw. ersten synonymen Verwendung der jeweiligen Begriffe deren inhaltliche Bedeutung geklärt und dokumentiert wird.

Ton und Klang, Partialton, Grundton, Oberton

So werden z.B. die grundlegenden Begriffe Ton und Klang in der Musik oft nicht klar getrennt. Dies resultiert daraus, daß ein "physikalischer" Ton als Bezeichnung für eine einzelne Sinusschwingung nur synthetisch herstellbar ist. Der "natürliche" Ton der (klassischen) Musik ist physikalisch gesehen, bereits ein Klang. Dieser bezeichnet jedoch in der Physik eine zwar periodische, jedoch nicht-sinusförmige Schwingung, welche sich aus der Überlagerung (Superposition) mehrerer Töne, der sogenannten Partialtöne ergibt. Die Periodizität dieser Schwingung bedingt, daß die Frequenzen der Partialtöne eine ganzzahlige Verhältnisreihe bilden, d.h. die Frequenzen der Obertöne sind ganzzahlige Vielfache der Frequenz des Grundtones, welche die Klanghöhe bzw. die "musikalische" Tonhöhe bestimmt.

¹ Im folgenden wird aus den rein praktischen Gründen einer einfachen und flüssigen Schreibweise auf die gleichzeitige Nennung der weiblichen und männlichen Form verzichtet.

² So kann die Zeigerdarstellung z.B. bei Schwebungen und gegeneinanderlaufenden Wellen Vorstellungsschwierigkeiten bereiten, die Berechnung der Summenform mit Hilfe der Additionstheoreme hingegen durch das dabei entstehende Produkt zweier eigenständig interpretierbarer harmonischer Funktionen durchaus eine strukturiertere Sichtweise und ein tieferes Verständnis erschliessen (siehe Kap.2.3.1. Vorbemerkung).

Klangfarbe und Klangspektrum

Die "musikalische" Klangfarbe resultiert aus der spezifischen Zusammensetzung der Partialtöne eines Klanges (Verteilungsfunktion) und wird physikalisch im Klangspektrum repräsentiert. Dieses ist die Darstellung der Amplitudenwerte der am Klang beteiligten Partialtöne über deren jeweiligem Frequenzwert in einem Schaubild. Um auf die Allgemeingültigkeit dieser Darstellung hinzuweisen, wurden bei ihrer Einführung und Besprechung auch die in der Physik üblichen Bezeichnungen Frequenzverteilung und Frequenzspektrum mit eingeführt und im weiteren Verlauf auch mit verwendet.

Synonyme Verwendung der Begriffe Schwingung und Welle

Insbesondere bei der Behandlung stehender Wellen werden die Begriffe Schwingung und Welle sowohl in der Fachliteratur als auch in vielen Lehrbüchern in weiten Teilen synonym verwendet. So werden z.B. stehende Wellen auf beidseitig begrenzten Wellenträgern als Eigen"schwingungen" bezeichnet und im speziellen Fall von Saitenschwingungen und schwingenden Luftsäulen gesprochen [DoBa00].

Die damit einher gehende Begriffsverwirrung gründet in den bis dahin vorherrschenden Modellvorstellungen, die mit den Bezeichnungen Schwingung und Welle verknüpft sind:

- Zum einen der Schwingung als einer zeitlich periodischen Auslenkung eines einzelnen trägen Masseteilchens aus seiner raumfesten Gleichgewichtslage,
- zum anderen der fortschreitenden Welle als der Bewegung eines Schwingungszustandes.

Beide Modellvorstellungen kommen durch die stehende Welle ins Wanken und die Begriffsbildung wird damit zunehmend unsicher. Deshalb sollte der Lehrer die Unterschiede zwischen fortschreitenden und stehenden Wellen deutlich herausarbeiten.

Zu diesem Zweck bietet sich die exemplarische Berechnung der Summenform zweier entgegengerichteter fortschreitender Wellen an, da hier die Anwendung des Additionstheorems eine Variablenseparation in eine rein ortsabhängige und eine rein zeitabhängige Schwingung ergibt. Die stehende Welle kann somit als kollektive zeitliche Schwingung des gesamten Wellenträgers mit einer örtlich periodisch verteilten Amplitude aufgefaßt werden. Durch das direkte Ansprechen dieser Begriffserweiterungen gleich zu Beginn der Unterrichtseinheit beugt man der Verunsicherung einzelner Schüler diesbezüglich vor.

Harmonische Schwingung

Eine weitere Verwirrung birgt der Begriff "harmonisch". So versteht man in der Schulphysik unter einer harmonischen Schwingung eine aus einem linearen Kraftgesetz resultierende und somit durch eine Sinusfunktion beschreibbare Schwingung. Bei der Behandlung der stehenden Wellen und speziell in der Akustik werden jedoch die durch die Randbedingungen bestimmten Eigenschwingungen eines Wellenträgers als Harmonische bezeichnet [DoBa00]. Spätestens bei der Zerlegung einer periodischen Schwingung in eine harmonische Reihe wird die Doppelbelegung des Begriffs "harmonisch" offensichtlich.

Da die zweite Verwendung des Begriffs "harmonisch" eine wesentlich stärkere Bedeutungsbündelung darstellt und speziell in der Akustik weitverbreitet und gebräuchlich ist, die erste Begriffsverwendung jedoch ebenso durch die direktere Bezeichnung "Sinusschwingung" ersetzt werden kann, wurde versucht, während der Unterrichtseinheit den Begriff "harmonisch" ausschließlich zur Bezeichnung der diskreten Eigenschwingungen des jeweiligen Wellenträgers zu verwenden. Eine Thematisierung dieser doppeldeutigen Verwendung des Begriffs "harmonisch" scheint ebenso angebracht.

1.2 Methodisch-didaktische Überlegungen

1.2.1 Behandlung der diskreten Fouriertransformation

Das Gehör als Frequenzanalysator

Die Funktion des menschlichen Gehörs als Frequenzanalysator steht am Anfang und Ende der Unterrichtseinheit. Am Anfang als motivierender Einstieg und als Hinweis auf die evolutionäre Realisierung und Anwendung der Fourieranalyse bei der menschlichen Sinneswahrnehmung. Den Schülern soll bewußt werden, daß die Fourieranalyse keinen mathematischen Selbstzweck oder Trick darstellt, sondern auch von der Natur als adäquates Hilfsmittel zur Analyse komplizierter Schallschwingungsformen verwendet wird.

Am Ende der Unterrichtseinheit sollen die Schüler durch die Vorstellung akustischer Artefakte (u.a. Kombinationstöne) auf die Voraussetzungen und damit die Grenzen der Gültigkeit des physikalischen Modells bzw. des mathematischen Formalismus hingewiesen werden. Sie sollen die Existenz eines linearen Kraftgesetzes als Vorbedingung sinusförmiger Schwingungen und deren ungestörter Überlagerung (Superpositionsprinzip) begreifen.

Zugleich erhalten sie damit einen Einblick in den faszinierenden Grenzbereich zwischen physikalischer "Realität" und menschlicher Wahrnehmung. Da dessen Behandlung deutlich über den Rahmen der Unterrichtseinheit hinausgehen würde, dient die alleinige Präsentation verblüffender Phänomene vor allem der Motivation eines weitergehenden Selbststudiums.

Vermittlung der physikalischen Grundidee

Da die Intention der Unterrichtseinheit schwerpunktmäßig auf der Bedeutung der Eigenschwingungen eines begrenzten, schwingungsfähigen Systems und einer dem System angemessenen Darstellungsweise lag, sollte die allgemeine mathematische Form der Fourierreihe am Anfang der Unterrichtseinheit zwar nur kurz vorgestellt, jedoch durch die beispielhafte Synthese einiger Standardsignalförmigkeiten (z.B. Rechteck, Dreieck, Sägezahn) praktisch nachvollzogen und damit veranschaulicht werden (siehe Kap.2.3.2). Im Vordergrund steht die Vermittlung der physikalischen Grundidee: Daß sich jedes periodische Signal – sei es noch so komplex – als Überlagerung einfacher harmonischer Schwingungen darstellen läßt.

Die Fourieranalyse und der Vorteil des dadurch erfolgten Wechsels der Systembetrachtung kann nur unzureichend vermittelt, sie müssen erarbeitet bzw. erfahren werden. Durch die selbstständige, schrittweise Synthese einer Standardsignalfunktion kennen die Schüler die daran beteiligten Frequenzkomponenten und ihren Anteil an der Gestalt der Signalförmigkeit, d.h. deren Amplitude. Bei der darauf folgenden Analyse dieses schrittweisen Aufbaus finden sie nun die einzelnen Komponenten und deren Amplituden wieder, diesmal in der für sie neuen Darstellungsform, dem Frequenzspektrum. Auf diese Weise bauen sich die Schüler ihre Vorstellung des Frequenzraumes mit ihren eigenen "Bausteinen" auf.

1.2.2 Der Computer als Lehrmittel / Wahl der eingesetzten Software

"Empirische Befunde der TIMS-Studie zeigen auf, daß deutsche Schülerinnen und Schüler in Mathematik und den naturwissenschaftlichen Fächern insbesondere bei Aufgaben, die sinnvolle Anwendung und Übertragung des Gelernten auf neue inner- und außerfachliche Problemstellungen verlangen, relative Leistungsschwächen haben. ...

...Der Einsatz "neuer Medien" fördert und unterstützt die Ziele des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts und bietet die Chancen zu einer Schwerpunktsverschiebung.

Insbesondere unterstützt der Einsatz

- *eine Verlagerung auf Inhalte, die an der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler orientiert sind,*
- *die Erschließung von Zusammenhängen,*
- *selbstständiges Erarbeiten von Sachverhalten, selbstgesteuertes Lernen...." [MNU02]*

Gerade für die geplante Unterrichtseinheit mit der Intention, den Schülern die Anwendbarkeit physikalischer Modelle und mathematischer Hilfsmittel auf einen außerfachlichen Themenbereich zu demonstrieren, bietet sich der Einsatz des Computers als Hilfs- und Lehrmittel in idealer Weise an. Speziell die oben angesprochenen Ziele: *"die Erschließung von Zusammenhängen"* und das *"selbstständige Erarbeiten von Sachverhalten"* sind für das Verständnis der Fourieranalyse und ihrer Akzeptanz von entscheidender Bedeutung. Durch die Verbindung unterschiedlicher, visueller Darstellungsmöglichkeiten und der jeweiligen akustischen Entsprechung wird die Fourieranalyse den Schülern auf eine derart intensive sinnliche und spielerische Art und Weise nähergebracht, wie es ohne Einsatz des Computers und der Soundkarte nur schwer erreicht werden könnte.

Auch dem spezifischen Risiko, welches der Fourieranalyse innewohnt, die physikalische Modellvorstellung bzw. Grundidee durch den mathematischen Formalismus zu verdecken, kann der Einsatz des Computers entgegenwirken. So heißt es in der schon oben zitierten Quelle, den Empfehlungen zum Computer-Einsatz im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht an allgemein bildenden Schulen [MNU02]: *"Dem dabei gerade in der Physik innewohnenden Bedürfnis nach einer mathematischen Beschreibung ihres Gegenstands entspricht der Einsatz des Computers dadurch, daß er komplexe und schwer zu lösende mathematische Modelle zugänglich macht und somit den physikalischen Sachverhalt deutlich hervorhebt und in den Mittelpunkt des Unterrichts stellt, anstatt ihn durch einen Formelwust zu verschütten."*

Hardwarevoraussetzungen

Der aktuelle Hardware- und Softwaremarkt stellt inzwischen sehr vielfältige, zudem preiswerte Möglichkeiten zur Verfügung, eigene Tonaufnahmen und die Berechnung von Frequenzspektren schnell "per Mausklick" und sogar "in Echtzeit" durchführen zu lassen, so daß das hauptsächliche Augenmerk auf die Interpretation gerichtet werden kann. Durch die weite Verbreitung des PCs und dessen Verwendung als "Multimedia-PC" kann eine Soundkarte mittlerweile zur Grundausstattung gerechnet werden. Somit ist diese Voraussetzung an die notwendige Hardware sowohl an der Schule als auch bei den Schülern zu Hause erfüllt, was eine entsprechende Nachfrage bei den Schülern des Kurses bestätigte.

Die in beiden Computerräumen vorhandenen und zumeist für den Fremdsprachenunterricht verwendeten Headsets besitzen neben Kopfhörern auch Mikrophone ausreichender Qualität, so daß nicht nur die Wiedergabe sondern auch die Aufnahme von Klang- und Sprachproben möglich war. Auch zu Hause besitzen die Schüler des Kurses entsprechende Kopfhörer (Walkman, Discman, etc.), so daß die Bearbeitung der Arbeitsblätter und eine darüber hinaus gehende, selbstständige Beschäftigung der Schüler mit dem Thema auch zu Hause möglich ist.

Die Auswahl des Audioeditors Cool Edit 2000 ®

Das Programm *Cool Edit 2000* ® ist ein überaus komplexes Soundbearbeitungsprogramm und hat sich mittlerweile zu einem Standard auf diesem Gebiet entwickelt. Neben den Möglichkeiten der Aufnahme und Wiedergabe, der Analyse und Synthese, sowie der Bearbeitung der Audiodateien durch entsprechende Filterfunktionen bietet das Programm *Cool Edit 2000* ® im Gegensatz zu anderen Audioeditoren u.a. einige entscheidende Vorteile, die es für den Einsatz im Rahmen dieser Unterrichtseinheit am geeignetsten erschienen ließen:

- Die ansprechende visuelle Aufbereitung der Daten mit eingängigen Auswahlfunktionen (Zoom, Zeitfenster, Markierungen, Skalenbeschriftungen etc.), deren farbliche Darstellung zudem individuell angepasst werden kann, unterstützt die Akzeptanz und Motivation der Schüler. Die Anknüpfung der Software an allgemein bekannte Bedienungselemente (Play, Record, Forward, Rewind, Zoom, Marker etc.) erleichtern den Einstieg in die Benutzung.
- Die verwendete Testversion ist kostenlos. Durch die Ausgabe der Software und aller Audiodateien auf CD-Rom entstehen den Schülern keinerlei Kosten, wenn sie die Aufgaben der Arbeitsblätter zu Hause nachvollziehen wollen bzw. die Software zur Bearbeitung der zahlreichen Klangbeispiele auf der CD-Rom oder eigener Dateien anwenden wollen.
- Das Fenster zur Frequenzanalyse ist übersichtlich gestaltet (siehe Abbildung 3).

Die Wahlmöglichkeit zwischen logarithmischer und linearer Frequenzachse kommt der Visualisierung einerseits der menschlichen Klangempfindung, andererseits der regelmäßigen Struktur der Eigenfrequenzen zu Gute. Sowohl die Anzahl der Datenpunkte (FFT-Size), als auch die Fensterfunktion sind frei wählbar. Da dies jedoch zahlreiche technische Fragen nach sich zieht, ist es angebracht, geeignete Einstellungen den Schülern vorzugeben.

- Die Software ist imstande, Frequenzanalyse in Echtzeit durchzuführen!! Die Verknüpfung des (akustischen) Klangempfindens mit der (visuellen) Frequenzverteilung wird somit unmittelbar erfahrbare. So können die Schüler z.B. schon bei der Einführung in die Frequenzanalyse (Kap. 2.3.3) das Auftreten jeder zusätzlichen Frequenzlinie im Spektrum mit dem hörbaren Hinzutreten eines neuen Obertones verbinden. Besonders beeindruckend wirkt diese Möglichkeit bei zeitlich-veränderlichen Klangereignissen wie dem Ausklingen von Saitenschwingungen oder dem Obertongesang (Kap. 2.5.3).
- Der Einsatz des FFT-Filters gestattet es, den Einfluß von Resonanzräumen nachzubilden (Sprachsynthese, Kap. 2.5.3) oder bekannte technisch bedingte Klangfarbenänderungen (z.B. die Beschränkung des Frequenzbandbereiches beim Telefon) zu simulieren.
- Ein ganz besonderes Entscheidungskriterium war die Möglichkeit, zusätzlich zu Wellenform und Frequenzspektrum mit der Spektralansicht³ eine ungewohnte, in der Physik jedoch gängige "dreidimensionale" Darstellungsform einzuführen. Durch die Auswahlmöglichkeit aus nunmehr drei unterschiedlichen Darstellungsarten werden die Schüler angehalten, sich eingehend mit der jeweiligen Repräsentation der physikalischen Größen (Zeit, Frequenz, Amplitude) auseinanderzusetzen und erfahren an konkreten Beispielen die Vorteile einer dem jeweiligen System bzw. Problem angepassten Systemdarstellung.

Besondere Beachtung sollte auf die zeitliche Abfolge und die schrittweise Heranführung an die einzelnen Darstellungsarten gelegt werden. Durch die schrittweise Synthese komplizierterer Wellenformen in der Zeitbereichsdarstellung (Kap.2.3.3) entfernen sich die Schüler von dessen Anwendbarkeit und finden die bekannten Komponenten im Frequenzspektrum in einer deutlich klareren und offensichtlicheren Art wieder (Kap.2.3.4). Erst nachdem die Schüler durch die Analyse mehrerer Klangfarben mit der Frequenzbereichsdarstellung vertraut sind, sollte ihnen durch zeitliche Klangänderungen (z.B. Abklingvorgänge, Obertongesang) der Vorteil der Spektralansicht nähergebracht werden (Kap.2.5.3).

Um auf die konkreten und tiefergehenden Fragen interessierter Schüler bei Verwendung der Software, deren mannigfaltigen Einstellungsmöglichkeiten und der auftretenden Artefakte eingehen zu können, sollte sich der Lehrer ausführlich mit der Fast Fourier Transformation (FFT) als Standard Algorithmus auseinandersetzen [Bac92]. Die Erörterung dieser programmtechnischen Probleme an konkreten Beispielen bietet jedoch eine ideale Möglichkeit, technik- und informatikbegeisterte Schüler auch für den physikalischen Themenbereich zu begeistern.

1.2.3 Wahl der Unterrichtsmethode

Um den Lehrstoff möglichst abwechslungsreich und dem jeweiligen Themengebiet angemessen zu vermitteln, wurde ein zeitlich und methodischer Wechsel zwischen konventionellen, fragend-entwickelnden Unterrichtsstunden und selbstständigen Arbeitsphasen am Computer angestrebt.

Die grundlegenden Aussagen und Erkenntnisse sollten durch die gemeinsame Beobachtung und Diskussion in der Klasse erarbeitet und in strukturierter Form dokumentiert werden. Besondere Betonung lag dabei auf einer zeitlich intensiven Durchführung, Beobachtung und Beschreibung der Demonstrationsversuche und auf der gemeinsamen Ausarbeitung einer geeigneten Modellvorstellung. Dabei wurden die Schüler, wenn möglich, an den Experimentiertisch vor gebeten, um zum einen den direkten Zusammenhang zwischen Modellvorstellung und Beobachtung zu wahren, zum anderen durch den engen Kreis die Diskussion der Schüler untereinander anzuregen. Die Ergeb-

³ Die Bezeichnungen Wellenform und Spektralansicht wurden verwendet, um die Aufgabenstellungen so nah wie möglich der Bedienung des Programms anzupassen. Dieses verwendet die Bezeichnungen "wave form" und "spectral view".

nisse wurden in gewohnter Weise dokumentiert, um den Schülern für die anschließenden, eigenständigen Arbeitsphasen am Computer den nötigen Kenntnisstand mit zu geben.

In den Arbeitsphasen am Computer sollten die Schüler die in den Unterrichtsstunden erarbeiteten Zusammenhänge auf konkrete Klangbeispiele anwenden und sich die Fourieranalyse als mathematisches Hilfsmittel durch die praktische Anwendung selbst erarbeiten. Die individuelle Arbeit am Computer ermöglicht dabei dem einzelnen Schüler den nötigen, zeitlichen Freiraum und die individuell angemessene Erfahrungsweise. Er kann die Klangbeispiele beliebig oft wiederholen, die Darstellungsweise wechseln und sich durch den "Dreh an allen Knöpfen" auf spielerisch-experimentelle Weise die jeweiligen Zusammenhänge "erarbeiten". Für den Lehrer eröffnet der direkte Kontakt zum einzelnen Schüler und die gemeinsame Problemlösung am Computer die Möglichkeit, auf spezielle Verständnisprobleme gezielt eingehen zu können und dabei über den Kenntnisstand und die Schwierigkeiten der gesamten Klasse auf dem Laufenden zu sein.

Die Arbeitsaufträge sind so gestaltet, daß Schwierigkeitsgrad und Arbeitsaufwand sukzessive ansteigen, d.h. der Lehrstoff wird mit den ersten Aufgaben durch deren praktische Anwendung vertieft und untermauert, die weiteren Aufgaben regen zum selbstständigen Weiterarbeiten zu Hause an. Da es sich bei der verwendeten Software um eine Standardanwendung zur Soundbearbeitung handelt, können die Schüler das Programm auch im privaten Bereich nutzen und werden die dadurch bereitgestellten Funktionen in Zukunft nicht nur anwenden, sondern auch verstehen können.

Methodisch-didaktische Überlegungen zur zeitlichen Abfolge und dem methodischen Aufbau der einzelnen Unterrichtsstunden finden sich in den Einführungen zu den einzelnen Themenbereichen.

2 Planung, Durchführung und Stundenreflexion

2.1 Rahmenbedingungen

Klassenstruktur und Zeitpunkt

Für die Durchführung der Unterrichtseinheit stellte mir Frau Greiner ihren vierstündigen Physikkurs (Profil- bzw. Neigungsfach) am Wildermuth-Gymnasium in Tübingen zur Verfügung. Der Kurs bestand aus drei Schülerinnen und zehn Schülern. Alle Schüler belegten einen vierstündigen Mathematikurs (als Kernkompetenzfach), sechs der Schüler einen zweistündigen Musikurs.

Die Unterrichtseinheit sollte den Abschluß von Lernplaneinheit 4: Mechanische Schwingungen und Wellen bilden und so bald als möglich nach den Pfingstferien beginnen. Durch den Wegfall der Doppelstunden in den letzten beiden Juni-Wochen (Feiertag und mündliches Abitur) verzögerte sich der Beginn auf Anfang Juli. Da in der ersten Doppelstunde der Unterrichtseinheit die letzte Klausur geschrieben wurde, verblieben damit elf reguläre Unterrichtsstunden bis zum Beginn der Sommerferien. Es mußte damit eine der intendierten Unterrichtsstunden, die Behandlung der Anregungsmechanismen gezupfter und gestrichener Saiten wegfallen (siehe Kap. 3.2.).

Ausstattung

Die für die Unterrichtseinheit, speziell der Arbeitsphasen am Computer nötige Ausstattung war ausreichend vorhanden. Zur Verfügung standen mit Computern, Beamer und Tafel ausgestattete Unterrichtsräume, einer davon im gleichen Stockwerk wie der Physiksaal. Jeder Computer war mit einer hochwertigen Soundkarte (Soundblaster 32, Creative Labs) ausgestattet. Headsets als Kombination von Kopfhörer und Mikrofon standen in ausreichender Zahl zur Verfügung. Die Testversion des verwendeten Audioeditors *Cool Edit 2000*® sowie alle zur Verfügung stehenden Audiodateien waren für den Zeitraum der Unterrichtseinheit auf jedem einzelnen Rechner installiert. Der in der zweiten Unterrichtsstunde verwendete grafikfähige Taschenrechner TI-83 (Texas Instruments) gehört zu den obligatorischen Lehrmitteln der Oberstufe.

2.2 Stoffverteilung im Überblick

Die gesamte Unterrichtseinheit sollte durch den Verweis auf die Funktion des Ohres als "menschlicher Frequenzanalysator" bzw. dessen Grenzen einen thematischen Rahmen erhalten, welcher die Fourieranalyse nicht nur als physikalisches bzw. mathematisches Hilfsmittel erscheinen läßt, sondern den Schülern deren Bedeutung und Anwendbarkeit weit über die fachlichen Grenzen hinaus verdeutlicht (siehe Kap. 1.2.1.)

Der intendierte zeitliche und methodische Wechsel zwischen konventionellen Unterrichtsstunden und Arbeitsphasen am Rechner (siehe Kap. 1.2.3) wurde durch die Einteilung in größere Themenbereiche realisiert. Dabei sollte jeweils auf eine Phase der gemeinsamen Erarbeitung der Grundkenntnisse am Experiment (Unterrichtsstunden) die individuelle, eigenständige Umsetzung bzw. Anwendung des Lehrstoffes (am Computer) folgen.

Der erste Themenkomplex widmet sich der Vermittlung der physikalischen Grundidee der diskreten Fouriertransformation und deren mathematischer Umsetzung (Kap. 2.3). Er gibt somit den Schülern das Hilfsmittel an die Hand, welches sie benötigen, um nach der Vermittlung der physikalischen Grundlagen und deren Zusammenhänge (Eigenschwingungen, Resonanz, Randbedingungen, Anregungsvorgänge) im zweiten Themenkomplex (Kap. 2.4) diese selbstständig in den Klangspektren natürlicher Musikinstrumente wiederzufinden und entsprechend zu deuten (dritter Themenkomplex, Kap. 2.5). Der letzte Themenkomplex dient der Verdeutlichung der Bedingungen und Grenzen der Anwendbarkeit der Fourieranalyse und soll die Schüler durch einen Ausblick auf angrenzende Themenbereiche zu einem weiter gehenden Selbststudium animieren (Kap. 2.6).

Tabelle 1 gibt einen Überblick über die geplante Stoffverteilung mit der Feingliederung in die vier angesprochenen Themenkomplexe. Methodisch-didaktische Überlegung zur Stoffauswahl und -abfolge finden sich in den Einführungen zu den einzelnen Themenkomplexen, die Beurteilung des tatsächlichen Stundenablaufs am Ende der jeweiligen Unterrichtsstunde.

Tabelle 1: Geplante Stoffverteilung der Unterrichtseinheit mit Unterteilung in Themenkomplexe.

US	Thema	Versuche	Lernziele / Kurzform
Stehende Querwellen / Fouriersynthese und Fourieranalyse			
1	Stehende Querwellen (Kap.2.3.1)	Gummiband mit sinusförmiger Anregung	- Stehende Querwellen als Überlagerung fortlaufender Wellen - Zwei Randbedingungen legen Eigenfrequenzen fest. - Schwingungsformen - Ausdruck für Eigenfrequenzen - Begriffe Eigenschwingungen, Harmonische, Eigenfrequenz, Grund- und Oberschwingung
2	Fourier-analyse / -synthese (Kap.2.3.2)	- Akustische Fourieranalyse einer Rechteckschwingung durch Überlagerung einer Sinusschwingung - Grafische Fouriersynthese einer Rechteckschwingung (GTR)	- Das menschliche Ohr als Fourieranalysator - Grundidee der Fouriersynthese - Bedeutung der sinusförmigen Schwingungen als elementare Schwingungsbausteine - Mathematischer Formalismus als "Rezept" für Fouriersynthese
3	Cool Edit Fourier-synthese (Kap.2.3.3)	Schrittweise Fouriersynthese einer Rechteckschwingung mit Cool Edit 2000 ®	- Grundlagen der Bedienung der Software Cool Edit 2000 ® - Verknüpfung von Wellenform und Klangfarbe - Begriffe Ton und Tonhöhe, Klang und Klangfarbe
4	Cool Edit Fourier-analyse (Kap.2.3.4)	- Fourieranalyse der Standardfunktionen Sinus, Rechteck, Dreieck, Sägezahn - Ohmsches Gesetz der Akustik	- Frequenzspektrum kennen und interpretieren lernen - Verknüpfung von Klangfarbe und Frequenzverteilung - Ohmsches Gesetz der Akustik
Stehende Längswellen / Resonanz / Randbedingungen			
5	Resonanz (Kap.2.4.1)	Quinck'sches Resonanzrohr	- Begriff Erzwungene Schwingung - Resonanzbedingung (Frequenz) - Resonanzgröße (Amplitude) - phasenrichtige Energiezufuhr

US	Thema	Versuche	Lernziele / Kurzform
----	-------	----------	----------------------

Stehende Längswellen / Resonanz / Randbedingungen (Forts.)			
6	Stehende Längswelle (Kap.2.4.2)	Kundt'sches Rohr	- Modellvorstellung stehender Längswellen - Stehende Wellen von Schnelle und Druck
7	Randbedingungen (Kap.2.4.3)	Kundt'sches Rohr	- Reflexion von Schallwellen am offenen und geschlossenen Ende - Schwingungsformen bei unterschiedlichen Randbedingungen - Herleitung der Formel für die Eigenfrequenzen

Klanganalyse: Partialtöne / Klangspektrum / Randbedingungen / Sprache			
8	Anregung von Schallwellen (Kap.2.5.1)	- Demonstrationsmodelle - Lippenpfeife - Zungenpfeife - Animation Luftblatt / Wirbelablösung - Abtasten der Stimmlippen	- Anregungsmechanismen - Schnelle bzw. Druckbauch bestimmen Randbedingung - Lineares Modell der Schallerzeugung - Menschliche Stimme / Sprache
9	Cool Edit Partialtöne Spektralansicht (Kap.2.5.2)	- Partialtöne Flöte / Trompete - Offene und gedackte Pfeifen - Klarinette und Oboe	- Verknüpfung von Klangfarbe und Verteilungsfunktion - Unterscheidung und Interpretation der Darstellungsarten Wellenform, Frequenzspektrum, Spektralansicht
10	Cool Edit zeitliche Vorgänge (Kap.2.5.3)	- Anblas- bzw. Abklingvorgang - Obertonmusik - Sprachanalyse / -synthese	- Zeitliche Änderungen von Klangfarbe und Frequenzverteilung - Filterfunktion eines Resonanzraumes / -körpers

Akustische Täuschungen: Ohrphysiologie / Nichtlinearität / Psychophysik			
11	CoolEdit Akustische Täuschungen (Kap.2.6.1)	- Schwebungen - Kombinationstöne - Residuumstöne - Shepard-Tonfolge	- Ortstheorie des Hörens - Lineares Kraftgesetz als Bedingung für Superpositions-gesetz und damit für Fourieranalyse - Nichtlinearität im Innenohr - Einblick in die Psychophysik

2.3 Themenbereich Stehende Querwellen / Fouriersynthese und Fourieranalyse

Fouriersynthese und -analyse nach der Behandlung stehender Querwellen und vor der Behandlung stehender Längswellen

Die Einführung der diskreten Fouriertransformation kann erst nach Behandlung der stehenden Wellen als Eigenschwingungen begrenzter Wellenträger erfolgen. Sie unmittelbar nach der Behandlung stehender Querwellen und damit noch vor den stehenden Längswellen einzuführen, bietet sich aus folgenden Gründen an:

- Im Gegensatz zur Längswelle entspricht bei einer Querwelle die Wellenform direkt dem Schaubild der Elongation. Die Wellenformen der einzelnen Eigenschwingungen des beidseitig eingespannten Gummibandes sind den Schülern aus der vorangegangenen Stunde noch präsent und können für die schrittweise Synthese einer Rechteckschwingung durch Ordinate addition abgerufen werden.
- Eine zeitlich geschlossene Abhandlung stehender Quer- und Längswellen mit Behandlung der unterschiedlichen Randbedingungen würde die Aufspaltung der Unterrichtseinheit in lediglich zwei größere Einheiten bedeuten. Da diese sich zudem sowohl thematisch als auch methodisch stark unterscheiden, würde dies dem angestrebten Wechsel der Unterrichtsmethode (siehe 1.2.3) widersprechen. Damit würde auch der erwähnte Vorteil wegfallen, durch den direkten Kontakt mit einzelnen Schülern am Computer über deren Kenntnisstand und Verständnisschwierigkeiten informiert zu sein und dies für die Unterrichtsstunden zu nutzen.

Fouriersynthese vor Fourieranalyse

Sachlogisch zwingend erscheint mir, vor der Fourieranalyse die Synthese zu behandeln. Man knüpft so unmittelbar an die bekannte Superposition zweier Sinusschwingungen an. Dabei sollte heraus gearbeitet werden, daß die Überlagerung einfacher sinusförmiger Schwingungen zu äußerst komplexen und letztendlich beliebigen Summenformen führen kann. Erst nachdem der Schüler dies erkannt hat, wird er verstehen können, daß es Sinn macht, nach diesen elementaren "Bausteinen" zu suchen und komplizierte Schwingungsformen in diese "Bausteine" zu zerlegen.

Die Analyse selbst sollte dabei nicht im konventionellen Unterrichtsverlauf, sondern innerhalb der Arbeitsphase am Computer an zuvor eigenständig synthetisierten Standardfunktionen stattfinden. Durch den vorangehenden sukzessiven Aufbau der Funktion weiß der Schüler, aus welchen Frequenzkomponenten sich diese zusammensetzt. Durch das Wiederfinden dieser Komponenten bzw. das sukzessive Auftreten je einer weiteren Linie im diskreten Frequenzspektrum kann sich der Schüler die neue Darstellungsform individuell und in dem ihm eigenen Tempo erarbeiten.

Motivation der Fourieranalyse durch die Funktion des Ohres als Frequenzanalysator

Die Funktion des menschlichen Gehörs als Frequenzanalysator sollte – wie in Kapitel 1.2.1 erwähnt – am Anfang der Unterrichtseinheit zur Fourieranalyse stehen. Dabei sollte nicht nur auf die enorme Fähigkeit des Ohres hingewiesen werden, verschiedene Klänge zu unterscheiden und bei Zusammenklang (z.B. bei einem Orchesterkonzert) voneinander zu trennen, sondern den Schülern sollte veranschaulicht werden, daß selbst ein Klang, der als untrennbarer Gesamteindruck empfunden wird, vom Gehör in seine Bestandteile zerlegt werden kann und wird. Die Fourieranalyse soll dadurch nicht sofort mit dem mathematischen Formalismus, sondern mit der direkten Sinneswahrnehmung verknüpft werden.

Veranschaulichung der Fouriersynthese durch grafische Superposition

Die mathematische Form der Fourierreihenentwicklung sollte nur kurz am Anfang vorgestellt und nur insoweit diskutiert werden, als es zum Verständnis der Grundidee und der Darstellung nötig ist. So erscheint es mir z.B. notwendig, die Korrespondenz der beiden Darstellungen:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [c_k * \sin(k\omega_1 t + \phi_n)] \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k * \cos(k\omega_1 t) + b_k * \sin(k\omega_1 t)] \end{aligned}$$

untereinander, sowie deren Korrespondenz zur gewohnten Zeigerdarstellung durch eine Skizze zu verdeutlichen. Auf eine intensive mathematische Behandlung sollte bewußt verzichtet werden.

Das Hauptaugenmerk hat stets auf der durch die mathematische Form ausgedrückten (aber für den Schüler meist darin verborgenen) physikalischen Modellvorstellung bzw. Grundidee zu liegen. Und diese vermittelt sich am einfachsten und im wahrsten Sinne des Wortes anschaulichsten Art, indem man die Reihendarstellung grafisch und am besten "eigenhändig" auf dem Papier an einigen Beispielen Schritt für Schritt nachvollzieht.

Verwendung des grafikfähigen Taschenrechners

Zur Beschleunigung der Visualisierung der Zwischenschritte kann und sollte im Unterricht der grafikfähige Taschenrechner herangezogen werden. Er sollte jedoch nur als Hilfsmittel und nicht als Ersatz für die eigenhändige Zeichnung verstanden werden. Aus diesem Grunde wurden Arbeitsblätter mit vorgegebenem Koordinatengitter ausgeteilt (Kap.A.1,Nr.3) und die Netzlinien des Taschenrechnerdisplays gemeinsam im Unterricht entsprechend angepasst, um die Reproduktion des Schaubildes auf dem Papier zu erleichtern. Die Verwendung des Taschenrechners als mathematisches Hilfsmittel stellt zudem einen passenden methodischen Übergang zur Arbeitsphase am Computer dar: Zur grafischen Darstellung der Summenform tritt dann deren akustische Entsprechung.

Wahl der Beispielfunktionen

Für die Wahl der Rechteckfunktion als Beispielfunktion sprechen mehrere Gründe:

- Sie ist eine Standardsignalform, die von jedem Funktionsgenerator angeboten wird.
- Als unstetige Funktion mit Sprungstellen zeigt sich an ihr besonders eindrucksvoll die Mächtigkeit der Fourierreihenentwicklung.
- Der Einfluß von Symmetrieüberlegungen für die Auswahl der Summenglieder wird deutlich.
- Als Harmonische treten nur ungeradzahlige Vielfache der Grundfrequenz auf. Damit drängt sich für die Schüler die Frage auf, welche Funktion sich durch die Hinzunahme der geradzahligen Fourierkomponenten ergibt. Die Motivation für die Sägezahnfunktion als weiteres Beispiel ergibt sich damit automatisch und wird nicht vom Lehrer vorgegeben.
- Mit der akustischen Analyse der Sägezahnschwingung am Ende der Unterrichtsstunde ergibt sich zusammen mit einer Lernzielüberprüfung ein methodischer Abschluß der Stunde.
- Auf das Verhalten der Fouriersynthese in der Nähe von Sprungstellen (die als "Gibbsches Phänomen" bekannten Überschwinger) kann später im Einzelgespräch zurückgegriffen werden, wenn die Bedeutung hochfrequenter Fourierkomponenten angesprochen wird.

Beschränkung auf Synthetische Klänge

Damit die Schüler bei der ersten eigenständigen Synthese eines Klanges direkt an die gemeinsam im Unterricht vollzogene grafische Synthese der Rechteck- und Sägezahnschwingung anknüpfen können, wurden in dieser ersten Arbeitsphase keine natürlichen, sondern nur synthetische Klänge erzeugt. Durch die Reproduktion sowohl des Verfahrens als auch der im Unterricht verwendeten Funktionen erfolgt die Gewöhnung an die Software als noch unbekanntem Hilfsmittel mit Hilfe und an Hand eines bekannten Problems.

Der mathematische Formalismus der Fouriersynthese wird zudem nicht nur mit dem optischen Eindruck des Schwingungsbildes, sondern zusätzlich mit dessen akustischem "Klangeindruck" verknüpft. Während das Schwingungsbild noch sehr im mathematischen Erfahrungsbereich der Schüler verhaftet ist, erfahren Sie durch dessen akustischer Umsetzung die Korrespondenz des Verfahrens zum physikalischen Modell (Überlagerung einzelner Töne zu einem Klang) unmittelbar.

Der schrittweise Übergang vom reinen Sinuston zu synthetischen Klängen mit relativ einfachen Frequenzspektren bietet darüber hinaus den Vorteil, die akustischen Bezeichnungen

- Ton für eine einzelne Sinusschwingung
- Klang für die Überlagerung mehrerer Harmonischer
- Tonhöhe für die Frequenz der Grundschiwingung eines Klanges
- Klangfarbe für die Frequenzverteilung (dargestellt im Frequenzspektrum)

und vor allem deren genaue Unterscheidung sowohl untereinander, als auch in Abgrenzung zu den musikalisch differierenden Bezeichnungen zu motivieren.

Fourieranalyse in Eigenarbeit

Die schrittweise Heranführung und Gewöhnung an die Fourieranalyse und den damit verbundenen Wechsel der Systembeschreibung vom Zeitraum (Wellenform) in den Frequenzraum (Spektrum) sollte bewußt nicht in einer konventionellen Unterrichtsstunde durch den Lehrer erfolgen, sondern von den Schülern selbst erfahren werden.

Die Analyse der zuvor selbst generierten Wellenform auf jeder Entwicklungsstufe der Synthese bietet die ideale Möglichkeit, sich die Darstellungsweise eines Frequenzspektrums systematisch und strukturiert erschließen und aneignen zu können.

2.3.1 Stehende Querwellen / Eigenschwingungen und Eigenfrequenzen (01.07.2003)

Vorbemerkung

In der vorangegangenen Unterrichtsstunde wurde die Ausbildung stehender Wellen durch die Superposition zweier gegeneinander laufender Wellen gleicher Frequenz

$$s_{\mp}(x;t) = \hat{s} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T} \right) \right]$$

mit Hilfe des Additionstheorems $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$ vorgeführt.

Damit ergibt sich die Separation in eine reine Orts- und eine reine Zeitfunktion:

$$s(x;t) = s_{-}(x;t) + s_{+}(x;t) = 2 \cdot \hat{s} \cdot \cos \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \cdot \sin \left(2\pi \frac{t}{T} \right)$$

und damit die Beschreibung der stehenden Welle als zeitlich periodische Schwingung einer räumlich periodischen Amplitudenverteilung. Dies wurde zum Anlaß genommen, die synonyme Verwendung der Begriffe Schwingung und Welle speziell bei stehenden Wellen zu thematisieren (siehe Kap.1.1.4).

Gleichzeitig kann dadurch gezeigt werden, daß sich bei unendlich ausgedehnten Wellenzügen gleicher Frequenz bzw. bei der Erzeugung der gegeneinander laufenden Wellen durch einmalige Reflexion stets (d.h. unabhängig von der Frequenz) eine stehende Welle ausbildet⁴.

Die im Folgenden beschriebene Unterrichtsplanung sollte an diesem Punkt ansetzen und die Eigenschwingungen eines beidseitig begrenzten Wellenträgers als Konsequenz der Randbedingun-

⁴ Die mathematische Behandlung der Schwebung zweier Schwingungen mit dem oben angegebenen Additionstheorem wurde als Hausaufgabe gestellt.

gen heraus arbeiten. Sie lehnt sich im wesentlichen an die Darstellung im begleitenden Lehrbuch [DoBa00], Seite 144 und 145 an.

Lernziele:

- Die Schüler sollen die Ausbildung stehender Wellen auch hier als Konsequenz der Überlagerung fortlaufender Wellen verstehen.
- Sie sollen die Reflexion an beiden fest eingespannten Enden des Wellenträgers und den damit verbundenen Phasen- bzw. Gangunterschied der Wellen als Ursache für das selektive Auftreten bei charakteristischen Erregerfrequenzen erkennen.
- Sie sollen die Bezeichnungen Eigenschwingung, Harmonische, Eigenfrequenz, Grundschiwingung und Oberschiwingung kennenlernen.
- Sie sollen die Wellenformen darstellen und den Ausdruck für die Eigenfrequenzen herleiten können.

Geplanter Stundenverlauf

Versuch: Eigenschwingungen eines beidseitig eingespannten Gummiseils

Ein horizontal gespanntes Gummiseil wird durch einen von einem Sinusgenerator angetriebenen Experimentiermotor zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Die Erregerfrequenz wird langsam hochgefahren und die Schüler zur Beschreibung ihrer Beobachtungen aufgefordert. Um bei den Schülern einen bleibenden Eindruck von der Regelmäßigkeit sowohl des Auftretens als auch der Wellenform der Eigenschwingungen zu erzeugen, sollten möglichst viele Harmonische durchfahren werden. Versuchsskizze und Beobachtung werden in gewohnter Weise im Heft dokumentiert.

Beobachtung: Nur bei bestimmten Erregerfrequenzen können sich auf dem beidseitig eingespannten Gummiband stehende Wellen ausbilden.

Leitfrage: Wie kann das Auftreten von stehenden Wellen nur bei ganz bestimmten Erregerfrequenzen erklärt werden ?

Die Leitfrage soll auf das erste Lernziel hinarbeiten, die bislang vorgegebene Superposition von fortlaufenden Wellen nunmehr als Erklärungsmuster für ein noch ungeklärtes Phänomen heranzuziehen.

Demonstration:

Nach Erklärung durch einen Schüler wird mit den Händen ein exemplarischer Wellenberg auf dem Gummiseil nachgebildet und dessen Fortbewegung und zweimalige Reflexion (jeweils mit Phasensprung $\Delta\varphi = \pi$) bis zurück zur Erregerquelle demonstriert.

Dabei wird darauf hingewiesen, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle nur von den Eigenschaften des Wellenträgers abhängt, die reflektierte Welle also unabhängig von der Erregerfrequenz stets zum gleichen Zeitpunkt an der Erregerquelle eintrifft.

Leitfrage: Welche Bedingung muß für den Gangunterschied zwischen der zweifach reflektierten und der neu erregten Welle gelten, damit sich beide Wellen konstruktiv überlagern?

Die Schüler kennen die Bedingung für konstruktive Interferenz zweier gleichlaufender Wellen und sollen diese nun auf den vorliegenden speziellen Fall anwenden. Sollten die Schüler bei ihren Betrachtungen den (zweimaligen) Phasensprung an den festen Enden außer Acht lassen, muß der Lehrer entsprechend nachfragen.

Ergebnis:
$$\delta = k\lambda_k = 2L \Leftrightarrow L = k \frac{\lambda_k}{2}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Als Merkregel für diese Beziehung folgt nun die Vorstellung, ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge (als Fundamentalabstand zweier Schwingungsknoten) zwischen beide festen Enden des begrenzten Wellenträgers einzupassen.

Die Systematik dieser Beziehung wird nun zusammen mit der Wellenform bei maximaler Elongation für die ersten drei Harmonischen in einer Tabelle festgehalten. Die allgemeine Wellenform wird durch die Angabe der Bäuche (k) und Knoten ($k+1$) beschrieben.

Leitfrage: Welche Beziehung gilt folglich für die Eigenfrequenzen des Wellenträgers?

Ergebnis:

$$f_k = \frac{c}{\lambda_k} = c \left(\frac{k}{2L} \right) = k \left(\frac{c}{2L} \right) = k f_1$$

Diese Beziehung sollte von den Schülern in eigene Worte gefasst und dokumentiert werden, wobei die Bezeichnungen Eigenschwingung, Harmonische, Grund- und Oberschwingung und Eigenfrequenz im Unterrichtsgespräch behandelt werden müssen.

Lernzielüberprüfung:

Als abschließende Lernzielüberprüfung folgt die Frage, warum die Phasengeschwindigkeit c in dem Ausdruck für die Eigenfrequenzen auftaucht bzw. auf welche Weise der Term $f_1 = (c/2L)$ für die Grundfrequenz anschaulich erklärt werden kann. Damit wird an die fortlaufenden Wellen als zugrundeliegender Vorstellung erinnert und deren Laufzeit $\Delta t = (2L/c)$ über den Wellenträger mit der Periode $T = 1/f_1$ der Erregerfrequenz verknüpft.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlaufs

- Die in gleichen Frequenzabständen auftretende Ausbildung stehender Wellen und vor allem die klar erkennbaren Strukturen (insbesondere der höherfrequenten Harmonischen) erzeugte den erwünschten Eindruck. Den Schülern drängte sich dabei sofort die Frage nach den Amplituden- und Energieverhältnissen bei steigender Ordnung der Eigenschwingung auf.
- Bei der Frage nach dem frequenzselektiven Auftreten wurde sofort versucht, dies mit den auf dem Wellenträger fortlaufenden Wellen zu erklären. Die Phasensprünge wurden dabei berücksichtigt, jedoch zeigten sich Schwierigkeiten, den Gangunterschied beider überlagerten Wellen nicht nur in Worte, sondern auch in einen Formelausdruck zu bringen.
- Die tabellarische Dokumentation der Wellenformen und der entsprechenden Beziehungen zwischen Wellenlänge und Länge des Wellenträgers stellten keinerlei Problem dar, auch der Schluß von den ersten drei Harmonischen auf die allgemeine Form dieser Beziehung.
- Die Ableitung der Formel für die Eigenfrequenzen offenbarte leider wieder ein gewisses Defizit in der Präsenz der grundlegenden Beziehung zwischen Wellenlänge und Frequenz. Die Beschreibung des gewonnenen Formelausdrucks erfolgte in klarer, knapper Ausdrucksweise.
- Zum Schluß der Unterrichtsstunde wurde noch kurz eine stehende Längswelle mit Hilfe einer vertikal eingespannten Schraubenfeder demonstriert. Die Erscheinung ruhender Schwingungsknoten zwischen den Bereichen maximaler Schnelle löste einige Verwunderung aus.

2.3.2 Fourieranalyse (akustisch) und Fouriersynthese (grafisch / GTR) (04.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen erkennen, daß sich jede beliebige Schwingungsform durch die Überlagerung sinusförmiger Schwingungen darstellen läßt.
- Sie sollen dadurch die Bedeutung sinusförmiger Schwingungen als fundamentaler Bausteine jeglicher periodischer Vorgänge erkennen.
- Sie sollen den mathematischen Formalismus anschaulich nachvollziehen können.
- Sie sollen Fouriersynthese und -analyse als zueinander inverse Operationen begreifen.
- Sie sollen die Fourieranalyse jedoch nicht als rein mathematischen Formalismus ansehen, sondern (sinnlich) erfahren, daß diese im menschlichen Gehör realisiert ist.

Geplanter Stundenverlauf:**Versuch: Schwebung zweier Sinustöne mit variabler Schwebungsfrequenz**

Es werden zwei Funktionsgeneratoren mit angeschlossenen Lautsprechern verwendet. Ein Sinusgenerator wird auf eine Frequenz von $f_1 = 200 \text{ Hz}$ eingestellt, während mit dem anderen Sinusgenerator der Frequenzbereich $150 \text{ Hz} < f < 250 \text{ Hz}$ durchfahren wird. Die Schüler sollen den akustischen Eindruck beschreiben und erklären (Die Schwebung ist aus Stimmgabelversuchen bekannt und wurde zudem als Hausaufgabe mathematisch behandelt.). Die Intention dieser Wiederholung ist, eine Schwebung als Indiz für die Existenz zweier Schwingungen nahezu identischer Frequenzen zu begreifen.

Versuch: Akustische Analyse einer Rechteckschwingung

Zunächst sollen die Schüler den Klangeindruck nicht-sinusförmiger Schwingungsformen (Dreieck, Rechteck) mit dem reinen Sinuston gleicher Frequenz vergleichen und beschreiben. Sodann wird mit einem der beiden Funktionsgeneratoren ein Rechtecksignal mit einer Frequenz von $f_1 = 200 \text{ Hz}$ erzeugt und die Frequenz des Sinusgenerators, beginnend bei knapp unterhalb $f = 200 \text{ Hz}$ bis ca. $f = 1400 \text{ Hz}$ hochgefahren. Versuchsskizze und Beobachtung werden in gewohnter Weise im Heft dokumentiert.

Beobachtung:

Zusätzlich zur Schwebungserscheinung beim Grundton $f_1 = 200 \text{ Hz}$ treten auch bei den Frequenzen $f = 600 \text{ Hz}$, 1000 Hz , 1400 Hz Schwebungserscheinungen auf.

Folgerung: Im Rechtecksignal müssen höherfrequente Schwingungsanteile "verborgen" sein

Folie und Lehrervortrag: Satz von Fourier

(Folie "Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830)", Kap. A.1, Nr.1)

Jede beliebige periodische Funktion läßt sich in eindeutiger Weise aus harmonischen Funktionen zusammensetzen.

- Kurze historische Anmerkungen (Fourier's "Analytische Theorie der Wärme")
- Korrespondenz der beiden Darstellungen der Summenglieder untereinander, sowie deren Korrespondenz zur Zeigerdarstellung durch Skizze an Seitentafel
- Fouriersynthese und -analyse als zueinander inverse Operationen (anschaulich).
- Bedeutung der Fourieranalyse in Wissenschaft und Technik
- Bedeutung der harmonischen Schwingungen als Bausteine periodischer Funktionen
- Hinweis auf mathematische Verfahren zur Berechnung der Fourierkoeffizienten.

Arbeitsblatt und GTR: Grafische Fouriersynthese eines Rechtecksignals

(Folie "Fouriersynthese einer Rechteckschwingung (GTR)", Kap. A.1, Nr. 2,
Arbeitsblatt: "Fouriersynthese einer Rechteckschwingung", Kap. A.1, Nr. 3)

Um die Schaubilder der Summenformen nach jedem zusätzlichem Reihenglied vom Bildschirm des grafikfähigen Taschenrechners möglichst genau und schnell auf das Arbeitsblatt übertragen zu können, wird auf dem Bildschirm das Gitternetz des Arbeitsblattes generiert.

Anfangen von der Sinusschwingung gleicher Frequenz bzw. Periode soll nun mit rein anschaulichen Argumenten auf die Form und damit auf Frequenz und Amplitude der folgenden Reihenglieder geschlossen werden. Dies sind zum einen Symmetriegründe, zum anderen die Frage, in welchen Bereichen die Sinusfunktion positive bzw. negative Beiträge liefern muß, um die Abweichung der Summenform von der Rechteckfunktion weiter zu minimieren.

Bei der Eingabe der jeweiligen Harmonischen in die Funktionsliste des GTR soll darauf geachtet werden, daß der Index der Funktion dem jeweiligen Vielfachen der Grundfrequenz entspricht (siehe Folie Kap. A.1, Nr. 2), d.h. Funktionen mit geradem Index bleiben frei.

Nach der dritten Harmonischen wird die Annäherung an die Rechteckfunktion mit wachsender Anzahl der Reihenglieder auf einer Folie gezeigt und den Schülern als Merkblatt ausgeteilt (siehe Merkblatt: Fouriersynthese einer Rechteckschwingung, Kap. A.1, Nr. 4)

Frage: Welche Summenform entsteht durch Hinzunahme der geradzahligen, d.h. bei Verwendung aller ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz ?

Ergebnis: Durch die vorher freigehaltenen Zeilen in der Funktionenliste des GTR können diese relativ schnell mit den entsprechenden Funktionsausdrücken belegt und die Summenform geplottet werden. Es ergibt sich die Sägezahnfunktion mit negativer Steigung. (Folie "Fouriersynthese einer Rechteck- und Sägezahnschwingung", Kap. A.1, Nr. 5)

Lernzielüberprüfung:

Da auch dies eine vom Funktionsgenerator bereitgestellte Standardfunktion ist, kann auch hier eine akustische Fourieranalyse durch Überlagerung eines frequenzvariablen Sinustones durchgeführt werden. Man nimmt Schwebungserscheinungen bei allen Harmonischen wahr.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Vor dieser Stunde war eine Klassenarbeit angesetzt. Dadurch war (einigermaßen) sichergestellt, daß sich die Schüler mit der Ordinatenaddition auseinandergesetzt hatten.
- Die Schwebung war den Schülern aus vorangegangenen Stimmgabelversuchen bekannt. Sie erlebten jedoch zum ersten Mal, daß sich die Schwebungsfrequenz bei Annäherung bzw. Entfernung der beiden Schwingungsfrequenzen erniedrigt bzw. erhöht. Gänzlich ungewohnt waren ihnen die nicht-sinusförmigen Signalformen. Sie wollten deshalb alle möglichen Signalformen (Rechteck, Dreieck, Sägezahn) bei unterschiedlichen Frequenzen hören und es entstand eine Diskussion über die Bezeichnung "Schwingung" für derartige Signalformen.
- Das kontinuierliche Anwachsen der Sinusfrequenz bei gleichbleibendem Rechtecksignal rief den Protest der Schüler hervor, so daß im folgenden nur die Vielfachen der Grundfrequenz eingestellt wurden. Die Schwebungen bei den ungeradzahligen Vielfachen $f = 200\text{Hz}, 600\text{Hz}, 1000\text{Hz}, 1400\text{Hz}$ waren deutlich hörbar, den Schülern jedoch völlig unverständlich. Auf entsprechende Nachfrage, welche Aussage bei einer Schwebung getroffen werden kann, kam relativ bald die Behauptung, daß in dem Rechtecksignal mehrere Sinussignale enthalten sein müssen. Die Bedeutung dieser Erkenntnis war den Schülern jedoch sicher noch nicht klar.
- Bei der grafischen Fourierreihenentwicklung hatten die Schüler zuerst keinerlei Vorstellung, wie sie die Rechteckfunktion annähern sollten. Erst nachdem mit einer entsprechenden Folie die Fragestellung, ob mit einem Sinus oder einem Cosinus begonnen werden soll, verdeutlicht wurde, erkannten sie die Aufgabenstellung. Die weiteren Summenglieder konnten sie durch die jeweilige Differenz zur Rechteckfunktion relativ schnell ergänzen.
- Die Verwendung des grafikfähigen Taschenrechners wird überaus gern angenommen. So war die entsprechende Einstellung der Netzlinien und die Addition der einzelnen Funktionen keinerlei Problem. Für die Synthese der Sägezahnfunktion und deren akustische Analyse blieb leider keine Zeit mehr. Die Synthese wurde als Hausaufgabe aufgegeben.

2.3.3 Fouriersynthese / Bedienung des Audioeditors Cool Edit 2000 ® (08.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen die Grundbedienungselemente der verwendeten Software kennenlernen.
- Sie sollen die Fouriersynthese an Hand eines Beispiels eigenständig nachvollziehen können.
- Sie sollen dabei die schrittweisen Veränderungen sowohl der Wellenform als auch der Klangfarbe optisch und akustisch erfahren.
- Sie sollen die akustischen Bezeichnungen Ton und Tonhöhe, Klang und Klangfarbe unterscheiden und den jeweiligen physikalischen Größen zuordnen können.

Geplanter Stundenverlauf / Beschreibung der Arbeitsaufträge

Satz von Fourier als Leitthema

Das Arbeitsblatt beginnt mit dem Satz von Fourier und dessen mathematischer Formulierung. Zum einen, um das Kernthema des Arbeitsblattes zu verdeutlichen, zum anderen, um an die Lerninhalte der vorangegangenen Unterrichtsstunde zu erinnern und anzuknüpfen. Der Vollständigkeit halber wurde die Berechnungsvorschrift für die Fourierkoeffizienten mit angeführt, jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß dies keinen Lerninhalt darstellt.

Wiederholung der Fouriersynthese durch Demonstrationsprogramme

Um die Lerninhalte der vorangegangenen Unterrichtsstunde in zeitlich komprimierter, dabei jedoch individuell ausführlicher Art zu wiederholen und zu vertiefen, wurden den Arbeitsaufträgen zwei Demonstrationsprogramme vorangestellt. Gleichzeitig werden den Schülern auf diese Weise die folgenden Arbeitsaufträge grafisch veranschaulicht und nähergebracht.

Mit dem ersten Programm [HAW97] kann man verfolgen, wie sich die Wellenform, ausgehend von der Grundschiwingung, durch schrittweises Hinzufügen einer Oberschwingung der frei wählbaren Funktion annähert. Das zweite Programm [Sch02] stellt zusätzlich zur Summenform die Wellenformen der einzelnen Harmonischen, den mathematischen Ausdruck sowie das diskrete Frequenzspektrum dar. Die Amplitudenwerte der einzelnen Fourierkomponenten können interaktiv verändert und die Auswirkungen auf die Summenform beobachtet werden. Für diese Arbeitsphase werden ungefähr fünfzehn Minuten veranschlagt. Abbildung 1 zeigt exemplarische Bildschirmdarstellungen (Screenshots) beider Programme.

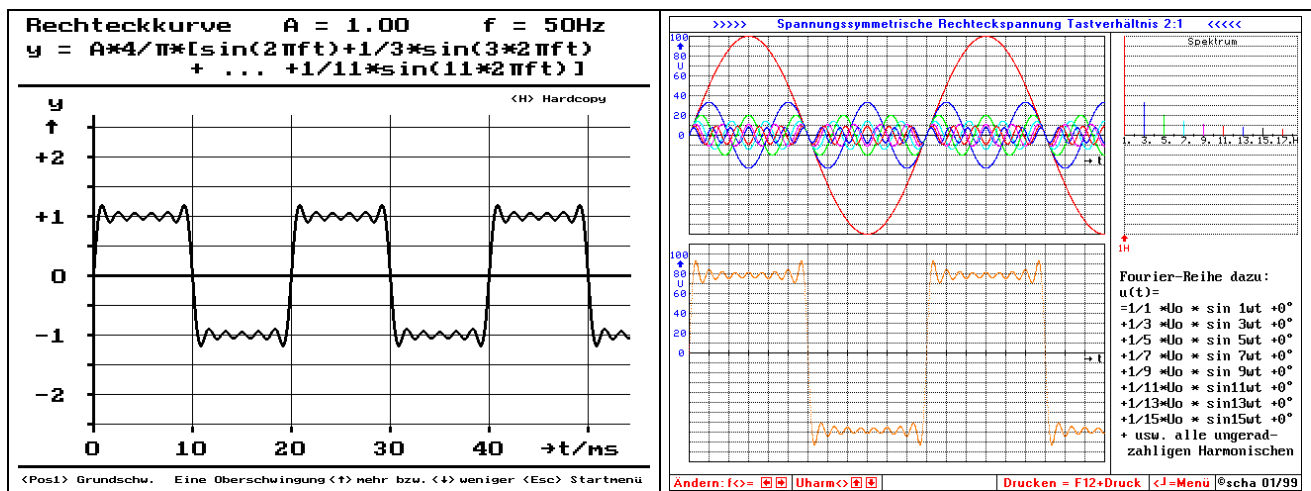


Abbildung 1: Screenshots der auf dem Arbeitsblatt "Fouriersynthese und -analyse" (Kap. A.2, Nr.1) als fourier1.exe (links) bzw. fourier2.exe (rechts) bezeichneten Demonstrationsprogramme.

Fouriersynthese einer Rechteckschwingung

Als nächsten Schritt sollen die Schüler selbstständig die Synthese einer Rechteckschwingung mit Hilfe des Audioeditors *Cool Edit 2000* ® durchführen und auf diese Weise die wesentlichen Bedienungselemente des Softwarepakets kennenlernen. Zum (visuellen) Bild der Wellenform tritt nun die akustische Erfahrung der zunehmenden Klangfülle als weiterer Ausdruck für die mathematischen Reihenentwicklung. Die Veränderungen der Wellenform sollen in den Schnittbereichen begutachtet werden (siehe Abbildung 2) und die Amplituden in einem weiteren Arbeitsschritt normalisiert werden. Durch den systematischen Klंगाufbau wird den Schülern auf sinnliche Weise die Bedeutung der akustischen Begriffe Ton und Tonhöhe bzw. Klang und Klangfarbe nähergebracht.

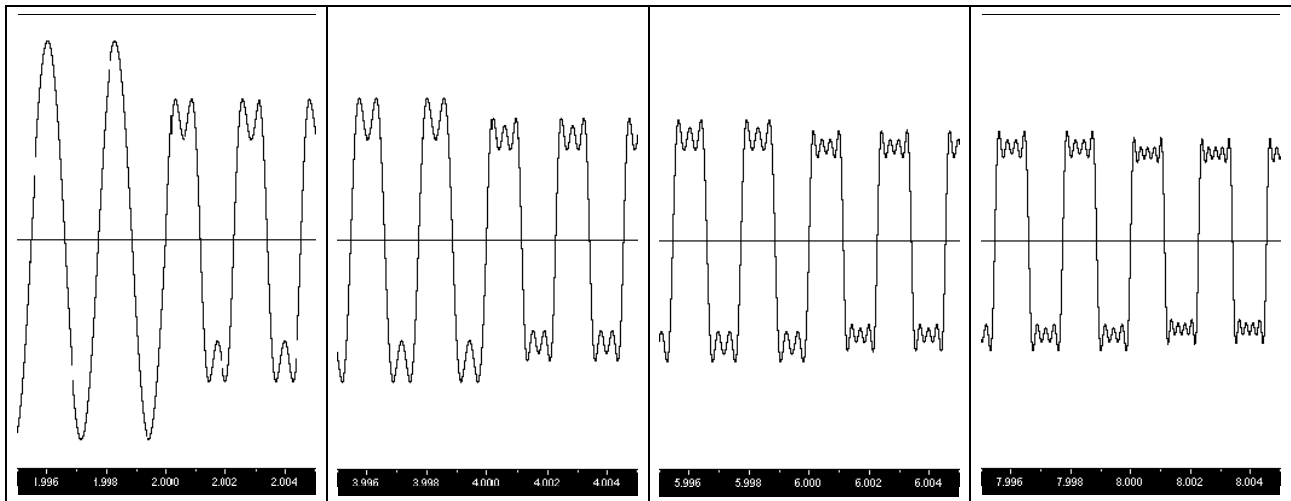


Abbildung 2: Veränderung der Wellenform in den Übergangsbereichen ($t = 2s, 4s, 6s, 8s$) bei schrittweiser Synthese der Rechteckfunktion mit *Cool Edit 2000*® (Zoom Funktion).

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Vor dem Beginn der Eigenarbeit am Computer wurde den Schülern eine kurze Einführung in die Bedienung des Audioeditors und in die folgenden Aufgabenstellungen gegeben. Die "Normierung der Amplituden" sollte übersprungen werden, um zumindest die Fouriersynthese innerhalb dieser Unterrichtsstunde abschließen zu können.
- Trotzdem den Schülern ein zeitlicher Maßstab mitgegeben wurde, beschäftigten sich einige Schüler ziemlich lange und ausführlich mit den beiden Demonstrationsprogrammen. Dies ist jedoch durchaus gewollt, stellt doch die Wahl eines individuell dem einzelnen Schüler angepassten Lerntempos und Lernstils einen der Vorteile der Arbeitsphasen am Computer dar.
- Die Bedienung des Programms stellte für keinen der Schüler eine Schwierigkeit dar. Lediglich die Wahl der ungeradzahigen Vielfachen der Grundfrequenz durch die Eingabe eines entsprechenden Faktors (Arbeitsblatt "Fouriersynthese und -analyse", Kap.A.2, Nr.1, Seite 2) war für einige Schüler zunächst verwirrend.
- Nur wenige Schüler kamen bis zur Aufgabenstellung "Ton / Tonhöhe / Klang / Klangfarbe".

2.3.4 Fourieranalyse / Frequenzspektrum / Klangfarbe / Ohmsches Gesetz (10.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen das Frequenzspektrum als neue Art der Systembeschreibung kennenlernen und interpretieren können.
- Sie sollen die Klangfarbe als charakteristische, relative Frequenzverteilung erfahren, welche unabhängig von der Tonhöhe (d.h. der absoluten Lage der Grundfrequenz) ist.
- Sie sollen die Unterschiede der Klangfarben bzw. des individuellen Klangempfindens mit charakteristischen Merkmalen der Frequenzverteilung in Verbindung bringen.
- Sie sollen wissen, daß die relative Phasenlage der Harmonischen die Wellenform mitbestimmt, die Klangwahrnehmung jedoch ausschließlich von Frequenz und Amplitude abhängt.

Geplanter Stundenverlauf / Beschreibung der Arbeitsaufträge

Fourieranalyse einer Rechteckschwingung

Die schrittweise Heranführung und Gewöhnung an die Fourieranalyse und den damit verbundenen Wechsel der Systembeschreibung vom Zeitraum (Wellenform) in den Frequenzraum (Spektrum) sollte bewußt nicht in einer konventionellen Unterrichtsstunde durch den Lehrer erfolgen, sondern von den Schülern selbst erfahren werden.

Die Analyse der unmittelbar zuvor selbst generierten Wellenform auf jeder Entwicklungsstufe der Synthese (siehe Abbildung 3) bietet die ideale Möglichkeit, sich die Darstellungsweise eines Frequenzspektrums systematisch und strukturiert erschließen und aneignen zu können. Da die Software in der Lage ist, die Fourieranalyse der Wellenform in Echtzeit durchzuführen, kann das Auftreten jeder zusätzlichen Harmonischen im Spektrum während des Abspielens der Audiodatei eindrucksvoll beobachtet werden. Der Schüler wird durch eine Kontrollfrage nach den aufgetragenen physikalischen Größen konkret aufgefordert, sich die Darstellung des Frequenzspektrums bewusst zu machen.

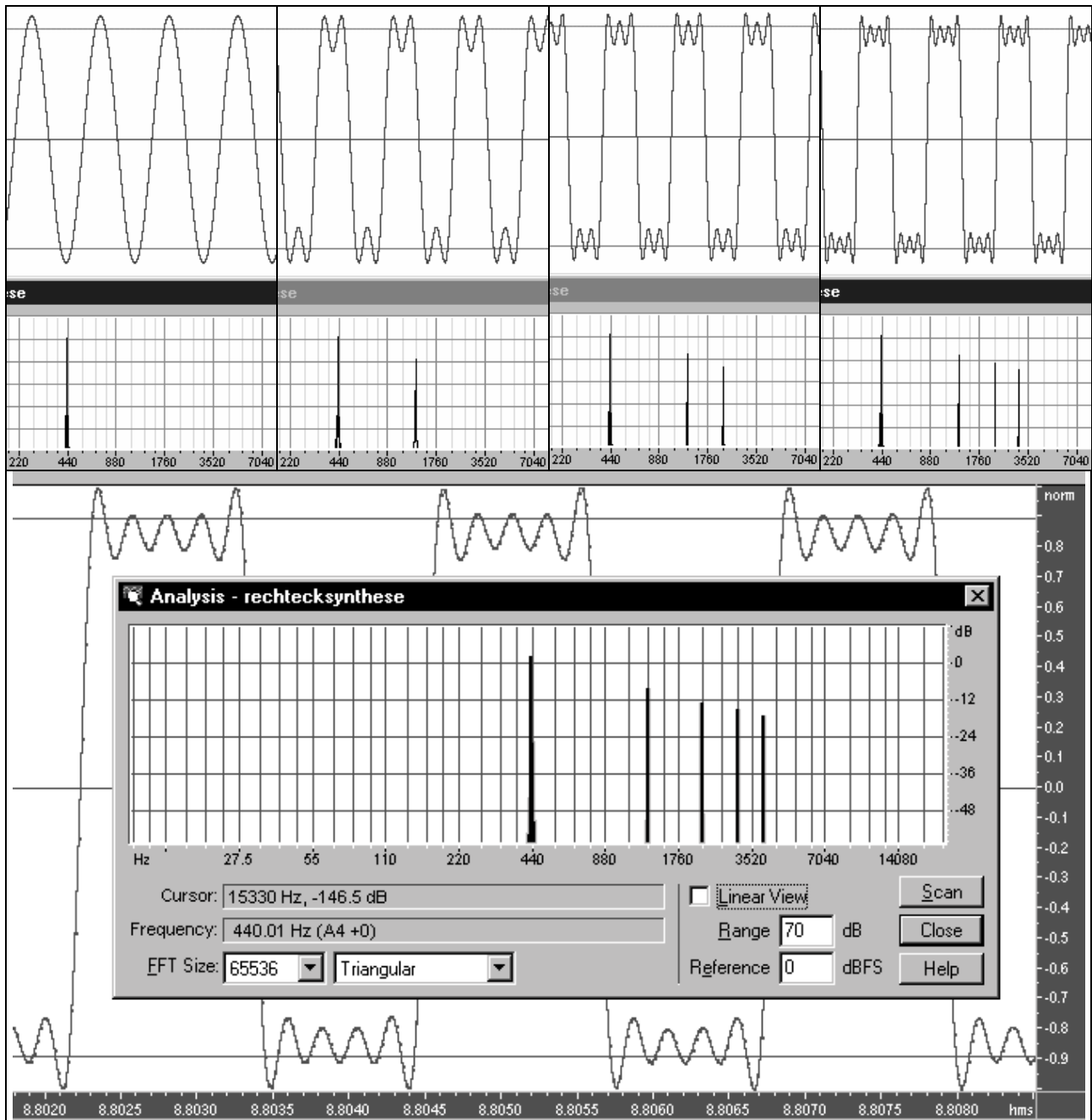


Abbildung 3: Diskrete Frequenzspektren auf den einzelnen Stufen der Rechtecksynthese und Aufbau des Analysefensters des Audioeditors *Cool Edit 2000*®.

Akustische Analyse des Rechtecksignals, dargestellt im Frequenzspektrum

Am Ende dieser ausführlichen Behandlung des Rechtecksignals wird noch einmal auf den Demonstrationsversuch der Unterrichtsstunde (Kap. 2.3.2) zurückgegriffen: Die Signale beider Lautsprecher (Rechtecksignal konstanter Grundfrequenz $f = 200\text{Hz}$ und Sinuston variabler Frequenz in den Bereichen um $f = 200\text{Hz}$, 600Hz , 1000Hz und 1400Hz) sind auf die

beiden Kanäle einer Stereodatei verteilt. Da das Frequenzspektrum der beiden Kanäle im gleichen Analysefenster mit unterschiedlichen Farben dargestellt wird, können die Schüler das Durchfahren der einzelnen Harmonischen des Rechtecksignals mit der Frequenz des Sinustones nunmehr auch visuell im Frequenzraum eindrucksvoll nachvollziehen⁵.

Klangfarbe der fundamentalen Schwingungsformen

Nachdem die Schüler nun mit dem Frequenzspektrum als neuer Darstellungsform vertraut sind, sollen sie im folgenden Arbeitsauftrag unterschiedliche Frequenzverteilungen kennen lernen und mit dem sinnlichen Empfinden einer Klangfarbe in Verbindung bringen. Um diese Verknüpfung der eigenen Wahrnehmung mit der physikalischen Repräsentation noch so fundamental wie möglich zu halten, wurden in dieser ersten Phase ausschließlich synthetische Klänge mit einfachen Frequenzverteilungen verwendet. *Cool Edit 2000*® stellt dafür die fundamentalen Signalformen Sinus, Dreieck, Rechteck und Sägezahn zur Verfügung.

Die Schüler generieren eine Abfolge dieser vier Klänge. Beim Abspielen dieser Audiodatei sollen sie die Klangfarbe beurteilen und den Veränderungen im Klangspektrum bzw. der Frequenzverteilung zuordnen. Als Vorbereitung auf die spätere Klanganalyse von Musikinstrumenten sollte schon in diesem Stadium versucht werden, diese synthetischen Klänge bestimmten Musikinstrumenten zuzuordnen. Die Ergebnisse sollen am Ende der Stunde gemeinsam diskutiert werden (siehe Folie "Klangfarben / Klangspektren der fundamentalen Schwingungsformen", Kapitel A.1, Nr. 6).

Um die Klangfarbe als charakteristische relative Frequenzverteilung (bzw. "Fingerabdruck") von der Tonhöhe als absoluter Lage (des Grundtones) auf der Frequenzachse zu unterscheiden, sollte die generierte Klangabfolge mit unterschiedlichen Abtastraten (sample rates) abgespielt werden⁶. Dabei ändert sich lediglich die Tonhöhe, die Klangfarbe bleibt jedoch erhalten.

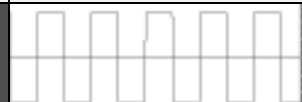
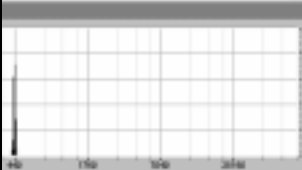
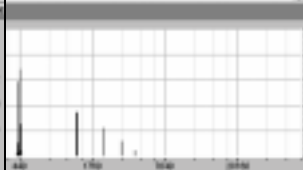
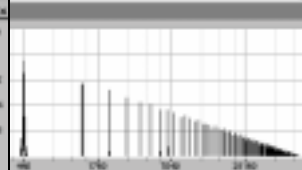
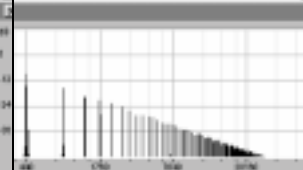
Sinus	Dreieck	Rechteck	Sägezahn
rein	sanft, weich	schnarrend, schneidend	ähnlich, angenehmer
synthetisch	Flöte, Orgel	Oboe, Klarinette	Geige
			
			
einzelne Harmonische	ungeradzahlige Harm.	ungeradzahlige Harm.	alle ganzzahligen Harm.
Amplituden $a_n = 0; n > 1$	Amplituden $a_n \propto (1/n)^2$	Amplituden $a_n \propto (1/n)$	Amplituden $a_n \propto (1/n)$
	obertonarm	obertonreich	obertonreich

Tabelle 2: Synthetische Signale (1. Zeile), die ihnen zuzuordnenden Klangfarben (2. Zeile), Musikinstrumente (3. Zeile), Signalformen und Klangspektren (4. Zeile), auftretende Harmonische (5. Zeile), deren Amplitudenverhältnis (6. Zeile) und der Einfluß hochfrequenter Anteile (7. Zeile). Vergleiche hierzu Folie "Klangfarben / Klangspektren der fundamentalen Schwingungsformen", Kapitel A.1, Nr.6).

⁵ Wird die Stereodatei mit Stereokopfhörern abgespielt, tritt keine Schwebungserscheinung auf, da jedes Ohr ein einzelnes Signal empfängt, d.h. keine Überlagerung der Signale auftritt. Soll die Schwebung nachgewiesen werden, muß die Stereodatei vorher in eine Monodatei konvertiert werden. Auf diesen Sachverhalt wird jedoch noch später bei der Behandlung der Fähigkeiten und Grenzen des Gehörsinns in der letzten Unterrichtsstunde (Kap. 2.6.1) eingegangen.

⁶ Dies entspricht dem Abspielen einer Schallplatte mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten.

Ohmsches Gesetz der Akustik

Zum Abschluß dieser Arbeitsphase sollten die Schüler noch ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß zu einer vollständigen Darstellung einer periodischen Wellenform $f(t)$ durch die Fourierreihe

$$f(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [c_k * \sin(k\omega_1 t + \phi_k)]$$

zusätzlich zu den Frequenzwerten $f_k = k \cdot f_1$ und deren Koeffizienten c_k

stets auch die Angabe der relativen Phasenlagen ϕ_k vonnöten ist.

Anhand einer Audiodatei, welche aus der Abfolge von fünf Wellenzügen unterschiedlicher Wellenform besteht, sollen sich die Schüler zunächst von der Identität der Frequenzverteilungen überzeugen. Durch das Abspielen der Audiodatei erfahren sie nun, daß auch die Klangfarben dieser fünf unterschiedlichen Wellenformen nicht zu unterscheiden sind: Der menschliche Hörsinn kann also nur Frequenz- und Amplitudenwert, nicht jedoch die Phasenlage der Harmonischen "empfinden" (Ohmsches Gesetz der Akustik). Die Beschreibung der Klangfarbe durch das zugehörige (zweidimensionale) Klangspektrum stellt folglich eine gerechtfertigte Reduzierung dar.

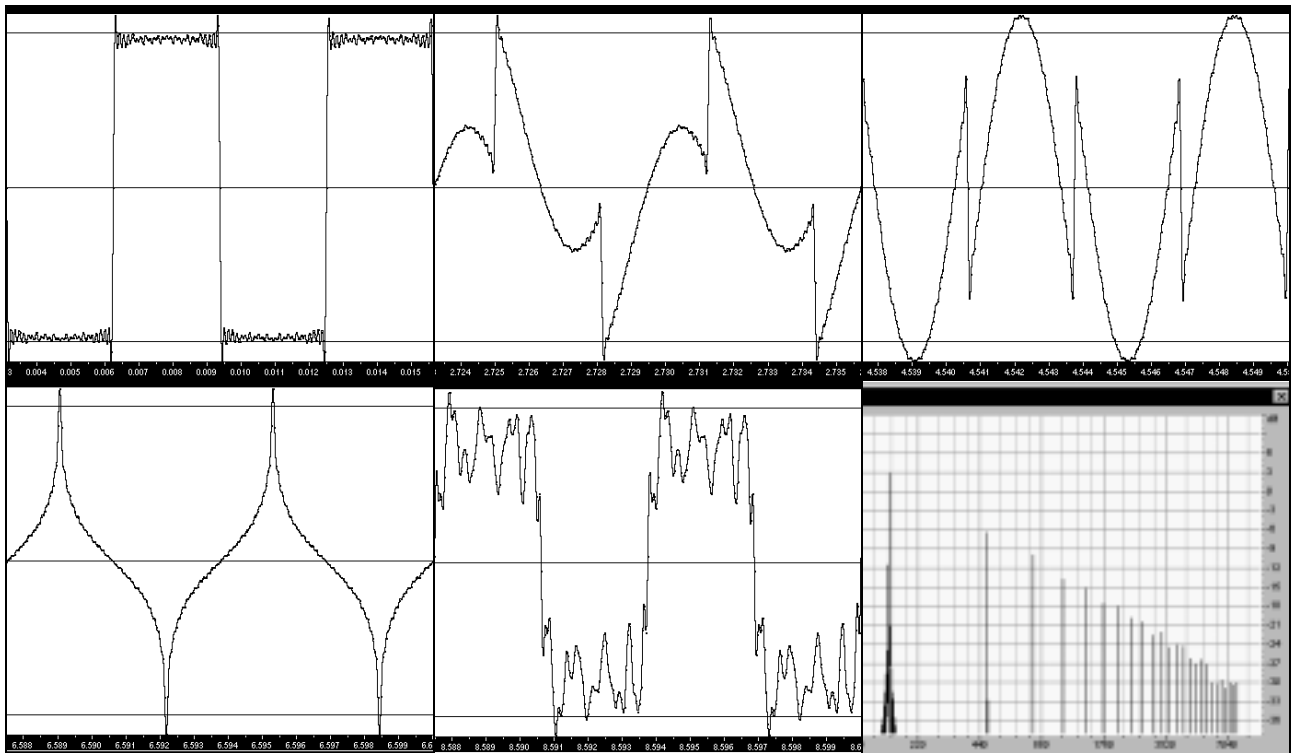


Abbildung 4: Demonstration des Ohm'schen Gesetzes der Akustik: Die fünf abgebildeten Wellenformen besitzen das gleiche Frequenzspektrum (rechts unten) und unterscheiden sich nur in der relativen Phasenlage der einzelnen Harmonischen. Da diese jedoch auch vom menschlichen Gehörsinn nicht empfunden werden können, sondern nur Frequenz und Amplitude der Harmonischen (Ohmsches Gesetz der Akustik) rufen alle fünf Wellenformen ein identisches Klangempfinden hervor.

Abschließende Diskussion der Ergebnisse

Am Ende der zweistündigen selbstständigen Arbeitsphase sollten zumindest die akustischen Begriffe Ton, Klang, Tonhöhe, Klangfarbe, Klangspektrum gemeinsam diskutiert und deren Bedeutung durch einen entsprechenden Tafelanschrieb bzw. Hefteintrag gesichert werden. Darüber hinaus bietet sich die Zuordnung der einzelnen Klangspektren zu den jeweilig empfundenen Klangfarben (siehe Folie "Klangfarben / Klangspektren der fundamentalen Schwingungsformen", Kap.A.1, Nr.6) für eine exemplarische Beschreibung eines Klangspektrums mit den entsprechenden Fachbegriffen (Grundton, Obertöne etc.) an.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Viele Schüler hatten den geplanten Stoffumfang der vorangegangenen Arbeitsphase nicht vollständig bearbeiten können, was einen dementsprechend reduzierten Zeitrahmen für die nun anstehenden Arbeitsaufträge nach sich zog.
- Um die Schüler nicht unmittelbar mit der Einzelarbeit am Computer fortfahren zu lassen, sondern sie am Anfang der Stunde zu sammeln, sollten sie die zum Demonstrationsversuch der Unterrichtsstunde "Akustische Fourieranalyse einer Rechteckschwingung" (Kap. 2.3.2) gehörende Stereodatei nunmehr über ihre eigenen Kopfhörer abhören. Die Schüler mit nur einem Kopfhörer bzw. Monosignal konnten die Schwebung hören, die Schüler mit Stereokopfhörer jedoch nicht. In der anschließenden Diskussion wurde heraus gearbeitet, daß die Schwebungserscheinung auf dem begrenzten Auflösungsvermögen des Ohres beruht und somit nur dann empfunden werden kann, wenn beide Frequenzen das selbe Ohr erreichen.
- Beim Rundgang während der Arbeitsphase stellten sich (erstaunlicherweise) keine grundsätzlichen Verständnisschwierigkeiten über den Aufbau und die Darstellungsweise des Frequenzspektrums heraus. Lediglich einige Bedienungsfehler (u.a. das Überschreiben des alten Wellenzuges durch einen neu generierten) traten vermehrt auf.
- Am Ende der Unterrichtsstunde hatte kein Schüler das Arbeitsblatt vollständig bearbeitet. Alle Schüler hatten jedoch den Wellenzug mit den unterschiedlichen Standardsignalformen erzeugt. Die Bedeutung der Begriffe "Ton und Tonhöhe, Klang und Klangfarbe" wurde durch einen entsprechenden Hefteintrag dokumentiert. Eine ausführliche Diskussion der Zuordnung bestimmter Klangeindrücke bzw. Instrumente zu den einzelnen Signalformen (Tabelle 1 bzw. Folie "Klangfarben / Klangspektren der fundamentalen Schwingungsformen", Kap. A.1, Nr. 6) und die Behandlung des "Ohm'schen Gesetzes der Akustik" unterblieb aus Zeitgründen.

2.4 Themenbereich Stehende Längswellen / Schwingende Luftsäulen

Der folgende Unterrichtsabschnitt sollte wieder als konventioneller Unterricht im Physiksaal stattfinden und sich mit Hilfe der zentralen Versuche Quinck'sches Resonanzrohr und Kundt'sches Rohr dem Phänomen der Resonanz, der ausführlichen Behandlung stehender Längswellen und der Systematik des Zusammenhangs zwischen Randbedingungen und Eigenfrequenzen widmen.

Bei stehenden Schallwellen treten (im Gegensatz zu Saitenschwingungen) freie bzw. offene Enden eines Wellenträgers und gemischte Randbedingungen zwangsläufig auf und bedürfen somit keiner zusätzlichen Motivierung. Die verschiedenen Anregungsmechanismen und deren Zusammenhang mit den vorliegenden Randbedingungen bieten darüber hinaus einen idealen intuitiven Übergang zu der Behandlung der Klangfarben von Musikinstrumenten in der darauf folgenden Arbeitsphase.

In allen drei Unterrichtsstunden wird der Schwerpunkt auf die Ausarbeitung einer anwendbaren Modellvorstellung gelegt. Dazu werden die Versuche langsam und ausführlich durchgeführt und gegebenenfalls wiederholt. Die Schüler werden zur Beschreibung ihrer Beobachtung und ihrer Vorstellung der zugrundeliegenden Vorgänge aufgefordert. Dadurch soll eine Diskussion der möglicherweise unterschiedlichen Modelle initiiert und die jeweils damit verbundenen Bedingungen und Konsequenzen "im Kopf" durchgespielt werden. Die Diskussionen sollen dabei größtenteils am Experimentiertisch stattfinden, um zum einen den direkten Zusammenhang zwischen Modellvorstellung und Beobachtung zu wahren, zum anderen durch den engen Kreis der Beteiligten die Diskussion der Schüler untereinander anzuregen und zu begünstigen.

Der Einstieg in dieses Themengebiet soll auch hier zunächst rein akustisch (Quinck'sches Resonanzrohr) erfolgen, durch den visuellen Eindruck der Kundt'schen Staubfiguren ergänzt und weiter verstärkt werden und schließlich durch die physikalische Modellvorstellung (stehende Wellen der Schnelle bzw. des Drucks) und deren mathematischen Ausdruck beschreibbar gemacht werden.

Das Resonanzphänomen als motivierender Einstieg

Die Behandlung der Resonanz wird im Bildungsplan [BPKS01] nicht explizit gefordert und auch im begleitenden Lehrbuch [DoBa00] nur in einem kleinen Abschnitt behandelt. Zudem wird dort nur auf die Bedingung für das Auftreten einer Resonanz eingegangen, jedoch keine Modellvorstellung der ablaufenden Vorgänge geboten.

Die Bedeutung der Resonanz ist jedoch für das Verständnis der Funktionsweise von Musikinstrumenten essentiell: Weder Blas- noch Saiteninstrumente, weder menschliche Stimme, noch Sprache wären denkbar. Doch nicht allein in der Akustik, nicht nur in der Mechanik (z.B. Fahrzeuge, Gebäude, Brücken, Werkzeugmaschinen, Generatoren), sondern in der gesamten Physik spielt das Phänomen der Resonanz eine nicht zu unterschätzende Rolle (Nachrichtentechnik, Spektroskopie, Kern- und Elementarteilchenphysik). Und da auch hier die Modellvorstellungen zumeist in der Mechanik fußen, erscheint mir eine eingehendere Behandlung und Diskussion des Resonanzphänomens in dieser Unterrichtseinheit unverzichtbar.

Als eindrucksvoller, akustischer Demonstrationsversuch wurde hierzu das sogenannte Quinck'sche Resonanzrohr (siehe Kap. 2.4.1) gewählt. Das Durchfahren des Resonanzbereichs, Anstieg und Abnahme der Schwingungsamplitude werden über die Lautstärke hörbar d.h. sinnlich erfahrbar gemacht. Die auftretenden Energiebilanzen können von und mit den Schülern auf intuitive Weise diskutiert werden.

Sind die Vorgänge beim Auftreten der Resonanz in anschaulicher Weise diskutiert, kann man mit den Bedingungen für das Auftreten der Resonanz nahtlos zu den Randbedingungen als selektives Kriterium der Eigenschwingungen überleiten. Dazu und als Vorbereitung für die Kundt'schen Staubfiguren bietet sich an, die Schüler nach ihren Vorstellungen der Schwingungen der Luftsäule zu fragen und sie Vermutungen über deren Systematik anstellen zu lassen.

Kundt'sches Rohr als Visualisierung stehender Schallwellen

Mit dem Kundt'schen Rohr wird in der folgenden Unterrichtsstunde der rein akustische Eindruck optisch ergänzt und verstärkt. Stellten die unsichtbaren stehenden Schallwellen in der letzten Stunde noch eine Herausforderung an das Vorstellungsvermögen der Schüler dar, werden sie nun durch die Bewegung der Korkstaubteilchen visualisiert und die erarbeitete Modellvorstellung damit bestätigt.

Durch die Verknüpfung dieser (materiell fundierten) Modellvorstellung mit der Zeigerdarstellung wird den Schülern zum einen die Schwingung einzelner Teilchen als gemeinsames Fundament sowohl von Quer- als auch von Längswellen bewußt. Darüber hinaus wird ihnen der Vorteil der Zeigerdarstellung als adäquater (mathematischer) Beschreibungsweise beider Wellenarten vor Augen geführt. Die bei Schallwellen auftretenden Druckschwankungen werden auf die kollektive, gekoppelte Bewegung der einzelnen Wellenträgereilchen zurückgeführt und damit gleichzeitig die relative Phasenlage der stehenden Schnelle- und Druckwellen begründet.

Die Auswirkung der Randbedingungen auf die Auswahl möglicher Wellenformen und deren Eigenfrequenzen wird durch die deutlich sichtbaren Änderungen der Staubfiguren klar und evident. Es bedarf nur noch der mathematischen Formulierung der erkannten Systematik. Zu dieser Umsetzung heißt es im Lehrerheft [DoBa78] zum Oberstufenband: *"Man sollte die Schüler dazu anhalten, Aufgaben über Eigenschwingungen nicht mit auswendig gelernten Formeln zu bearbeiten. Sie werden leicht verwechselt; auch besteht oft Unklarheit über die richtige Wahl der Zahl k . Es ist viel besser, sich die passende Formel anhand eines Diagramms der Verteilung von Knoten und Bäuchen auf dem Träger selbst herzuleiten."*

Die Zusammenstellung der den jeweiligen Randbedingungen zugeordneten Eigenschwingungen und die Herleitung der Eigenfrequenzen aus diesen Schaubildern (maximaler Elongation) sollte deshalb von den Schülern selbst vorgenommen werden. Um ihnen diese Aufgabenstellung zu erleichtern und zu strukturieren, wurde ein Arbeitsblatt mit bekanntem Musterbeispiel erstellt. Dieses dient gleichzeitig der Zusammenfassung und Lernzielkontrolle dieses Themenbereichs.

2.4.1 Resonanz / Quinck'sches Resonanzrohr (10.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen sinnlich (akustisch) erfahren, daß der Resonanzfall durch ein Maximum der Amplitude einer erzwungenen Schwingung charakterisiert ist.
- Sie sollen erkennen, daß das Auftreten der Resonanz mit den Eigenfrequenzen des schwingungsfähigen Systems zusammenhängt.
- Sie sollen erkennen, daß die Verstärkung der Eigenschwingung im Resonanzfall durch die regelmäßige phasenrichtige Energiezufuhr durch den Erreger erfolgt.
- Sie sollen auch im vorliegenden Fall konstanter Wellenlänge (bzw. Frequenz) und variabler Länge des Wellenträgers den Zusammenhang zwischen beiden Größen wiedererkennen.
- Sie sollen über die Systematik dieses Zusammenhangs auf die veränderte Randbedingung im vorliegenden Fall schließen.

Geplanter Stundenverlauf

Versuch: Quincksches Resonanzrohr

Zwei Glasröhren von je einigen Zentimetern Durchmesser werden mit einem Schlauch verbunden und etwa zur Hälfte mit gefärbtem Wasser gefüllt. Eine der Röhren wird fest an einem Stativ befestigt und unmittelbar über ihrer Öffnung ein Schallkopf angebracht, welcher einen Sinuston konstanter Frequenz und Amplitude abgibt. Bewegt man die frei bewegliche Röhre auf und ab, so ändert sich mit der Höhe des Wasserspiegel auch die Länge der Luftsäule in der fixierten Röhre.

Beobachtung: Man nimmt ein starkes Anschwellen der Lautstärke innerhalb relativ enger Längenbereiche wahr, welche in regelmäßigen Abständen aufeinander folgen.

Leitfrage: Wie kann man sich das Anschwellen der Lautstärke vorstellen ?

In der folgenden Diskussion mit und zwischen den Schülern soll die Bedeutung der Begriffe erzwungene Schwingung und Resonanz, sowie der Zusammenhang zwischen der Erregerfrequenz, den Eigenfrequenzen und Schwingungsamplituden eines begrenzten Wellenträgers erarbeitet werden. Der vorliegende Fall wird dabei mit der Anregung der Eigenschwingungen des Gummibandes aus der letzten (konventionellen) Unterrichtsstunde verglichen.

Das "Aufschaukeln" des Systems durch phasenrichtige Energiezufuhr wird dabei am besten durch die Kinderschaukel erklärt und veranschaulicht. Die entscheidende Frage hierbei lautet: Mit welcher Frequenz und zu welchen Zeitpunkten (Phasenlage) muß angeschoben bzw. der eigene Schwerpunkt verlagert werden, um eine Erhöhung der Schwingungsamplitude zu erreichen? Dieses Modell wird nun mit der Anregung stehender Quer- und Längswellen verglichen bzw. darauf angewendet. Der Einfluß der Dämpfung und der Reibungsenergieverluste wird diskutiert (stabiler Resonanzfall / Resonanzkatastrophe). Die Ergebnisse der Diskussion werden durch Tafelanschrieb und Hefteintrag dokumentiert.

Leitfrage: Wodurch unterscheiden sich die beiden Resonanzanregungen (Gummiseil / Resonanzrohr)?

Durch diesen Vergleich (Wiederholte Resonanzanregung bei Veränderung der Erregerfrequenz im einen Fall, bei Veränderung der Länge des Wellenträgers im anderen Fall) soll der Fokus vom Phänomen der Resonanz auf den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge der Eigenschwingung und der Länge des Wellenträgers gelenkt werden. Die Schüler sollen dabei die halbe Wellenlänge d.h. den Abstand zweier Schwingungsknoten als bestimmende Längeneinheit in beiden Fällen (variable bzw. feste Frequenz bei fester bzw. variabler Länge des Wellenträgers) wiederfinden.

Um diese Vermutung zu überprüfen, wird die Länge der Luftsäule in den Resonanzfällen gemessen und in Tabellenform mit der (berechneten) Wellenlänge verglichen (Quotient L/λ). Die Schüler finden dabei die halbe Wellenlänge als gegenseitigen Abstand der Resonanzbereiche wieder und damit ihre Vermutung bestätigt. Durch den aus der Systematik herausfallenden Quotienten ($L/\lambda = 1/4$) des ersten Resonanzbereichs werden die Schüler auf das offene Ende als neuer Randbedingung verwiesen.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Auch hier hinterließ das mehrmalige Durchfahren der Resonanzen mit deutlich hörbarem Lautstärkemaximum den erwünschten Eindruck bei den Schülern. Sie fragten sich sofort, "woher" die Zunahme der Lautstärke kommt, blieb der erregende Lautsprecher doch unangetastet. In der anschließenden regen Diskussion mit wiederholten Vergleichen zur Resonanz des Gummiseils zeigte sich, daß das Phänomen der Resonanz für die Schüler schwer "zu fassen" ist. Dies liegt sicher an der Sichtweise, daß das Verhalten außerhalb der Resonanz nicht als destruktive Überlagerung existenter, erzwungener Schwingungen, sondern als das Fehlen jeglicher Schwingungen angesehen wird und die Resonanz somit als das Auftreten "zusätzlicher Energie aus unbekannter Quelle".
- Die Resonanzbedingung als Übereinstimmung von Erregerfrequenz und Eigenfrequenz des schwingungsfähigen Systems drängte sich den Schülern zwar aufgrund des systematischen Auftretens d.h. aufgrund ihrer Beobachtung auf. Daß dies jedoch wiederum mit der phasenrichtigen "Einkopplung" der Erregerschwingung in Zusammenhang steht, d.h. mit der konstruktiven Überlagerung mehrfach reflektierter Wellen mußte gezielt erarbeitet werden.
- Der Zusammenhang zwischen den regelmäßigen Abständen der Resonanzen und der halben Wellenlänge wurde sofort geäußert. Leider konnten nur noch die jeweiligen Längen der Luftsäule vermessen und in eine Tabelle übertragen werden. Die Überprüfung der Vermutung mußte auf die nächste Stunde verschoben werden.

2.4.2 Stehende Längswellen / Schnelle und Druck / Kundt'sches Rohr (11.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen sich eine Vorstellung stehender Längswellen aufbauen.
- Sie sollen die lokalen Druckänderungen als Konsequenz kollektiver Teilchenbewegung begreifen.
- Sie sollen die stehenden Wellen von Schnelle und Druck in Beziehung zueinander setzen.

Geplanter Stundenverlauf

Versuch: Kundtsches Rohr / Stehende Wellen

Der Boden eines langen, horizontal befestigten Glasrohres ist gleichmäßig mit feinem Korkmehl bedeckt. Das eine Ende ist mit einem Gummistopfen verschlossen. Unmittelbar vor der gegenüberliegenden Öffnung befindet sich ein Schallkopf, welcher von einem Tongenerator gespeist wird. Die Frequenz wird langsam erhöht und die Bewegung des Korkmehls beobachtet. Die Schüler kommen dazu an den Experimentiertisch vor. Versuchsskizze (Abbildung 5 ohne Beschriftung) und Beobachtung werden in gewohnter Weise im Heft dokumentiert.

Beobachtung: Bei bestimmten Frequenzen wird das Korkmehl an gewissen, gleich weit voneinander entfernten Stellen heftig aufgewirbelt und zur Seite geschleudert. Dazwischen bleibt es ruhig liegen. Es bildet sich eine bogenförmige Verteilungsstruktur des Korkmehls aus, mit scharfen Querrippen als Substruktur⁷ innerhalb der Bögen. Die Frequenzen, bei denen diese Strukturen auftreten, bilden eine ganzzahlige Verhältnisreihe und die Anzahl der Bögen erhöht sich jeweils um Eins.

⁷ Die Rippenbildung wird auf Zirkulationsströmungen zwischen Wand und Achse des Rohres zurückgeführt. Die Korkstaubteilchen können diesen Strömungen nicht folgen und führen zu einer Wirbelbildung, welche ihrerseits die Querrippen verursacht [Ber00]. Um die Aufmerksamkeit der Schüler gezielt auf die Bogenstruktur als Manifestation der stehenden Schallwelle zu lenken, sollte diese auffällige Substruktur gleich zu Beginn ihrer Beobachtung kurz erklärt und damit abgehandelt werden.

Leitfragen:

- Wie kann die beobachtete Struktur und deren periodisches Auftreten (mit der Frequenz) erklärt werden ?
- Durch welche Größe kann die Struktur beschrieben werden ?
- Wo und wie bewegen sich die Luftteilchen?

Erklärung: Die Luftsäule im Glasrohr wird bei ihren Eigenfrequenzen durch den Lautsprecher zu Resonanzschwingungen angeregt. Dabei bilden sich stehende Wellen aus. An den Stellen maximaler Bewegung der Luftteilchen (Schnellebäuche) wird das Korkmehl aufgewirbelt. Genau zwischen diesen Stellen bewegen sich die Luftteilchen nicht (Schnelleknoten) und das Korkmehl bleibt ruhig liegen. Der Abstand zwischen zwei Schnelleknoten bzw. -bäuchen entspricht der halben Wellenlänge.

Nach der ausführlichen Diskussion in der vorangegangenen Unterrichtsstunde "wissen" die Schüler, daß es sich um Resonanz und stehende Wellen bzw. Eigenschwingungen handelt. Sie müssen jedoch nun eine Vorstellung und eine Beschreibungsgröße der stehenden Welle finden, welche die auftretenden Korkstaubfiguren erzeugen und damit erklären kann.

Demonstration verschiedener Modelle für stehende Längswellen

Bei der Frage an die Schüler, wie sie sich die Schwingung der Luftteilchen vorstellen, kann von den Schülern eine Demonstration mit den Händen eingefordert werden. Sollten sich dabei Schwierigkeiten der Schüler mit der gegenphasigen Bewegung beiderseits eines Schnelleknotens zeigen, so sollte der Lehrer von der gegenphasigen Auf- bzw. Abbewegung der Hände als Demonstration einer stehenden Querwelle auf die Links- bzw. Rechtsbewegung der Hände zur Demonstration der stehenden Längswelle schließen lassen.

Die Ruhe der Luftteilchen in einem Schnelleknoten und deren Schwingungsbewegung beiderseits dieses Knotens sollte mit einer durch einen Experimentiermotor angetriebenen vertikal befestigten Schraubenfeder demonstriert werden. Vor allem die (ruhenden) Schwingungsknoten bei Anregung hoher Eigenfrequenzen hinterlassen einen bleibenden Eindruck.

Spätestens an dieser Stelle sollte die stehende Längswelle wieder mit der Zeigerdarstellung verknüpft werden. Dazu bietet sich das Demonstrationsprogramm auf der das Lehrbuch [DoBa00] begleitenden CD-Rom [Pakma00] an. Die Quer- bzw. Längsschwingung eines Teilchens wird hier als zueinander senkrechte Projektionen ein und desselben rotierenden Zeigers auf die jeweilige Elongationsachse (senkrecht zum bzw. entlang des Wellenträgers) dargestellt. Dabei sollte ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß das Schaubild der Elongationen für stehende Quer- und Längswellen gleichermaßen gültig ist, der Unterschied der Momentanbilder lediglich in der jeweiligen Ausrichtung der Elongationsachse zum Wellenträger begründet ist.

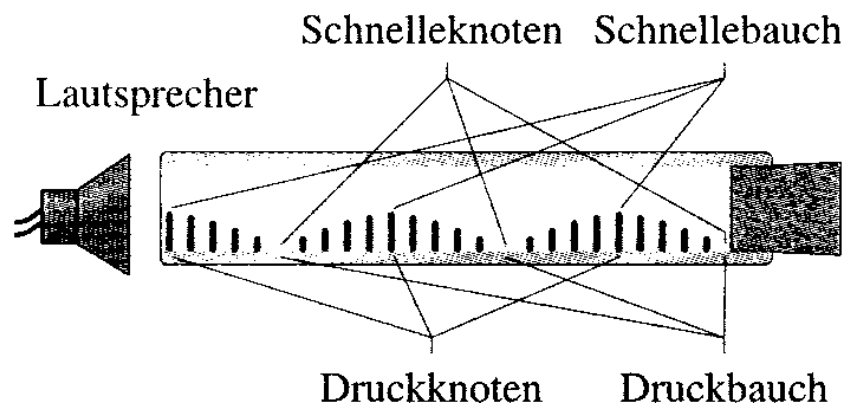


Abbildung 5: Versuchsskizze zum Kundt'schen Rohr [DoBa00]. Die Bezeichnungen und deren Zuordnung zur beobachteten Struktur werden im Unterricht erarbeitet und erst am Ende der Stunde in der Versuchsskizze ergänzt.

Stehende Wellen von Schnelle und Druck

Durch die Demonstration der gegenphasigen Teilchenbewegung beiderseits eines Schnelleknotens mit Hilfe der Zeigerdarstellung und durch entsprechende Gestik der Hände wird den Schülern vor Augen geführt, daß ein Schnelleknoten gleichzeitig ein Ort maximaler Druckschwankungen, d.h. ein Druckbauch ist. An den Stellen maximaler Bewegung, den Schnellebäuchen, kann sich andererseits kein statischer Druck aufbauen, sie stellen Druckknoten dar. Die Schwingungszustände von Schnelle und Druck sind somit örtlich um $\Delta L = \lambda/4$ und zeitlich um $\Delta t = T/4$ zueinander verschoben. Dieses Ergebnis wird in einfachen, systematischen Zuordnungssätzen niedergeschrieben und die Versuchsskizze mit den entsprechenden Bezeichnungen beschriftet (siehe Abbildung 5).

Lernzielüberprüfung:

Die Gültigkeit des Zusammenhangs zwischen den Schwingungszuständen von Schnelle und Druck und damit die Anwendbarkeit der verwendeten Modellvorstellung wird experimentell überprüft. Dazu wird durch einen durchbohrten Gummistopfen ein druckempfindliches Mikrophon in die Röhre eingeführt, die Staubfiguren abgefahren und das Mikrofonsignal am Oszilloskop beobachtet. An den durch den Korkstaub manifesten Schnellebäuchen bzw. Knoten findet man die durch Minima bzw. Maxima der Schalldruckschwankungen manifesten Druckknoten bzw. -bäuche und das Ergebnis der vorangegangenen Überlegungen damit bestätigt.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Auch die Vorführung der Korkstaubfiguren war für die Schüler beeindruckend. Die Bewegung der Luftteilchen wurde sofort als Ursache erkannt, jedoch zog zunächst – wie erwartet – die feine Querrippenstruktur die Aufmerksamkeit auf sich.
- Die Verknüpfung der Korkstaubfiguren mit der Schnelle der Luftteilchen und deren Schwingungszustand am offenen und geschlossenen Ende der Luftsäule stellte keine Schwierigkeit dar, ebenso nicht die Verknüpfung von Schnelle und Druck. Dabei half vor allem die Veranschaulichung der Bewegung mit den gegenphasig schwingenden Händen.
- Die Demonstration der stehenden Längswelle mit Hilfe des Programms zur Zeigerdarstellung [Pakma00] und die Analogie von Quer- und Längswelle aufgrund unterschiedlicher Projektion der selben Zeigerbewegung war für die Schüler sehr hilfreich und erhellend.
- Die experimentelle Bestätigung des Zusammenhangs zwischen Schnelle und Druck (bzw. deren Phasenbeziehung) mit Hilfe des druckempfindlichen Mikrofons mußte leider aus Zeitgründen in die kommende Stunde verschoben werden.

2.4.3 Randbedingungen und Eigenschwingungen / Kundt'sches Rohr (15.07.2003)**Lernziele:**

- Die Schüler sollen eine Vorstellung von der Reflexion der Schallwellen am geschlossenen bzw. offenen Ende einer Luftsäule erlangen.
- Sie sollen die beiden Randbedingungen (offen / geschlossen) den jeweiligen Schwingungszuständen von Schnelle und Druck zuordnen können.
- Sie sollen die Schaubilder maximaler Elongation der stehenden Wellen für alle drei unterschiedlichen Randbedingungen darstellen können.
- Sie sollen mit Hilfe dieser Schaubilder die Beziehungen zwischen der Länge des Wellenträgers und der Wellenlänge bzw. der Frequenz der Eigenschwingungen herleiten können.

Geplanter Stundenverlauf**Versuch: Kundtsches Rohr / Randbedingungen**

Der Versuchsaufbau der vorangegangenen Unterrichtsstunde ist weiterhin aufgebaut und die Schüler werden auch am Anfang dieser Stunde an den Experimentiertisch gebeten. Auf dem Tisch ist direkt unterhalb der Kundt'schen Röhre ein großer Papierbogen angebracht mit sechs in zwei Spalten angeordneten Skizzen der Röhre. Nach der (mündlichen) Behandlung der Reflexion (siehe unten) werden die schon bekannten Eigenschwingungen des einseitig geschlossenen Rohres durchfahren und die zugehörigen Schaubilder maximaler Elongation

von einem Schüler in der ersten Spalte skizziert. Danach wird der Gummistopfen entfernt und die hierfür geltenden Schaubilder in der zweiten Spalte skizziert.

Leitfragen:

- Wie kommen die stehenden Wellen zustande ? (Wiederholung)
- Wie stellen Sie sich die Reflexion am offenen / geschlossenen Ende vor ?

Reflexion von Schallwellen am offenen / geschlossenen Ende

Auch bei der Behandlung stehender Längswellen soll noch einmal herausgearbeitet werden, daß diese durch die gleichphasige Überlagerung fortlaufender Wellen zustande kommen bzw. dadurch erklärt werden können. Um eine möglichst anschauliche Darstellung zu erreichen, werden Verdichtungen und Verdünnungen mit entsprechenden Handbewegungen verdeutlicht. Die Reflexion am geschlossenen Ende sollte intuitiv zugänglich sein: Die Existenz eines Druckbauchs bzw. eines Schnelleknotens und der Phasensprung bei Reflexion lassen sich gut aus den elastischen Eigenschaften des Mediums erklären. Für die Reflexion am offenen Ende (ohne Phasensprung) kann die Erklärung im begleitenden Lehrbuch [DoBa00] herangezogen werden. Die Schwingungszustände von Schnelle und Druck können durch den Verweis auf die uneingeschränkte Bewegungsmöglichkeit (Schnellebauch) und den direkten Kontakt zur Umgebung als "Druckreservoir" (Druckknoten) vermittelt werden.

Versuch: Demonstration der Korkstaubfiguren der ersten drei Eigenschwingungen
(zuerst für die einseitig, dann für die beidseitig offene Röhre)

Leitfrage: Durch welche Angabe (außer der Frequenz) kann man die jeweilige Eigenschwingungen eindeutig charakterisieren bzw. die stehende Welle beschreiben?

Antwort: Anzahl der Knoten bzw. Bäuche.

Leitfrage und Antwort sollen auf die Skizzierung der Schaubilder max. Elongation überleiten.

Schaubilder maximaler Elongation bei unterschiedlichen Randbedingungen

Die Skizzierung der Schaubilder maximaler Elongation für die ersten drei Eigenschwingungen sollte nach dieser ausführlichen Behandlung der Zustände an den Enden zusammen mit dem direkten Eindruck der Korkstaubfiguren keine große Schwierigkeit für die Schüler darstellen. Es muß jedoch durch entsprechende Verständnisfragen sichergestellt werden, daß den Schülern bewußt ist, daß sie nicht die beobachtete Struktur der Korkmehlverteilung auftragen, sondern die örtliche Verteilung der maximalen Elongation der Luftteilchen.

Lernzielkontrolle: Randbedingungen und Eigenfrequenzen begrenzter Wellenträger

An die Schüler wird nun das Arbeitsblatt "Randbedingungen und Eigenschwingungen begrenzter Wellenträger" (siehe Kap. A.1, Nr. 7) verteilt, welches selbstständig bearbeiten werden soll. Die Aufgabenstellung wird kurz mit einer Folienkopie des Arbeitsblattes besprochen und der Papierbogen mit den eben erstellten Skizzen als Hilfestellung an die Tafel geklebt. Auf dem Arbeitsblatt sind die Ergebnisfelder für den Fall des Wellenträgers mit beidseitig festen bzw. geschlossenen Enden (entsprechend dem Hefteintrag der ersten Unterrichtsstunde, Kap. 2.3.1) schon ausgefüllt. Zum einen, um die Aufgabenstellung zu verdeutlichen, zum anderen, um die benötigte Arbeitszeit zu begrenzen.

Am Ende der Unterrichtsstunde wird das Arbeitsblatt mit der Musterlösung verglichen und die wesentlichen Aussagen (bzgl. Grund- und Oberschwingungen) in je einem Merksatz für gemischte bzw. gleiche Randbedingungen zusammengefaßt.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Die Reflexion am geschlossenen Ende konnte von den Schülern selbst erklärt werden, sowohl was Druck als auch Schnelle betraf. Die Reflexion am offenen Ende wurde vom Lehrer unter Verweis auf den direkten Kontakt zum Umgebungsdruck verständlich gemacht. Die Erklärung im begleitenden Lehrbuch [DoBa00] wurde bewußt vermieden.

- Die Skizzierung der Schaubilder maximaler Elongation auf dem Papierbogen erfolgte schnell und reibungslos, wobei die Grundschiwingung für beide Randbedingungen ausgespart werden mußte, da diese im Kundt'schen Rohr nicht darstellbar war. Dies bedeutete für das folgende Ausfüllen der Arbeitsblätter eine gewisse Hürde, so daß entsprechend nachgeholfen werden mußte. Die Arbeitsblätter wurden daraufhin leider zusammen ausgefüllt, und nicht – wie ursprünglich intendiert – in Eigenarbeit.
- Die knappe, verbleibende Zeit wurde genutzt, die Beziehung zwischen Schnelle und Druck experimentell mit Hilfe des Mikrofons exemplarisch bei der offenen Röhre nachzuweisen. Dabei wurde leider nur in unzureichendem Maße auf die Meßgröße, d.h. die auf dem Oszilloskop abgebildete Schalldruckamplitude eingegangen.

2.5 Themenbereich Klanganalyse

Die gewonnenen Kenntnisse (sowohl der Fourieranalyse als auch der Eigenschaften begrenzter Wellenträger) werden nun exemplarisch auf Musikinstrumente und deren Klangfarben angewendet. Dabei soll heraus gearbeitet werden, wie Instrumentenaufbau und Anregungsmechanismus die Eigenschwingungen und damit das Klangspektrum bzw. die Klangfarbe bestimmen.

Anwendung der Vorkenntnis aus den beiden vorangegangenen Themenbereichen

Die Fourieranalyse soll dabei als physikalisches Hilfsmittel begriffen werden, welches erlaubt, ein zunächst komplexes Gebilde wie z.B. die Klangfarbe zu strukturieren (Partialtöne) und in einer der physikalischen Beschreibung adäquaten Darstellung (Klang- bzw. Frequenzspektrum) zu repräsentieren. Diese Korrespondenz zwischen (sinnlich empfundener) Klangfarbe und (physikalisch interpretierbarem) Klangspektrum gestattet es nun, den komplexen Klangeindruck auf die Bauweise und den Anregungsmechanismus zurückzuführen. Für diese Interpretation des Klangspektrums ist nun andererseits die Kenntnis der Eigenschaften begrenzter Wellenträger vonnöten.

Schwingungsanregung von Luftsäulen

Um die Aufmerksamkeit nicht von den Eigenschwingungen und Randbedingungen der Luftsäule abzulenken, wurde diese bislang direkt akustisch durch einen Lautsprecher angeregt. Die beiden grundsätzlichen Anregungs- und Rückkopplungsmechanismen (siehe Arbeitsblatt "Schwingungsanregung von Blasinstrumenten", Kap. A.1, Nr. 8) bestimmen jedoch ihrerseits die Randbedingungen und damit die Eigenschwingungen. Sie sind deshalb für das Verständnis bzw. die Interpretation der Klangspektren der folgenden Arbeitsphase unverzichtbar und müssen gesondert angesprochen werden.

Menschliche Stimme und Sprache

Nach Behandlung der Schwingungsanregung durch oszillierende Rohrblätter bzw. Metallzungen bietet sich an, mit der menschlichen Stimme ein natürliches Instrument vorzustellen, welches den gleichen Gesetzmäßigkeiten gehorcht bzw. auf ihnen beruht. Die menschliche Stimm- und Sprachbildung ist gleichzeitig ein ideales Objekt, um das sogenannte "lineare Modell der Schallerzeugung" d.h. die Abfolge der einzelnen Systemkomponenten Energiequelle (Lunge), Oszillator (Stimmlippen) und Resonator (Vokaltrakt) exemplarisch vorzustellen (siehe Arbeitsblatt "Menschliche Stimme / Vokaltrakt", Kap. A.1, Nr. 10).

Die Behandlung der Vokalbildung erlaubt zudem, in einer für alle Schüler durch die eigene Erfahrung zugänglichen Art und Weise, den voneinander unabhängigen Einfluß der Eigenschwingungen von Oszillator (Stimmhöhe) und Resonator (Vokalformanten) auf Stimm- und Sprachbildung deutlich zu machen.

Während die Diskussion der Schwingungsanregung und der daraus folgenden Randbedingungen noch im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch erfolgen kann, erscheint mir für die Darstellung der Stimm- und Sprachbildung der Lehrervortrag die angemessenere Unterrichtsmethode.

Das Interesse an diesem Themenbereich und damit die Aufmerksamkeit der Schüler darf als gesichert gelten. Für den Lehrer bietet sich durch dieses gut strukturierte Thema (lineares Modell der Schallerzeugung) die Möglichkeit, durch einen Kurzvortrag die wesentlichen Inhalte der vorangegangenen Unterrichtsstunden zu wiederholen.

Gestaltung des Arbeitsblattes / Auswahl der Arbeitsaufträge

Nachdem die Schüler durch die vorangegangene Arbeitsphase sowohl die Bedienung des Audioeditors *Cool Edit 2000*® als auch die Grundzüge der Fourieranalyse kennengelernt haben, sollen sie diese Kenntnisse im folgenden auf konkrete Klangbeispiele anwenden. Dadurch erfahren sie die Fourieranalyse als ideales Hilfsmittel, komplizierte Schwingungsphänomene beurteilen und interpretieren zu können.

- In den ersten beiden Aufgaben des Arbeitsblattes wird die Bedeutung der Obertöne – sowohl der Anzahl als auch deren Zusammensetzung – für die Klangfarbe deutlich. Das Frequenzspektrum soll so als Brücke zwischen der sinnlichen Wahrnehmung (Klang) und ihrer physikalischen Ursache (Instrumentenaufbau und Anregungsmechanismus) verstanden werden.
- Mit der Spektralansicht lernen die Schüler eine weitere Systemdarstellung kennen und werden aufgefordert, die einzelnen Darstellungsarten (Wellenform, Frequenzspektrum und Spektralansicht) zu durchdringen (Welche Größe wird wie repräsentiert?), sie miteinander zu vergleichen und sich über deren Anwendbarkeit auf unterschiedliche Problemstellungen klar zu werden. Die Vorteile eines Darstellungswechsels wird an mehreren Beispielen des Arbeitsblattes deutlich.

In den letzten beiden Aufgabenstellungen sollen die Schüler zum Abschluß dieses Themengebietes den menschlichen Stimmapparat als enorm vielseitiges Instrument kennenlernen: *"Die Stimme ist das wohl komplizierteste und vielseitigste Musikinstrument, das wir benutzen, zumal über ständige Regelmechanismen nicht nur die Tonhöhe variiert wird, sondern auch die Klangfärbung (Bsp. verschiedene Vokale) blitzschnell exakt eingestellt werden kann"* [Lit00].

- Diese Fähigkeit zeigt sich besonders eindrucksvoll bei Obertonsängern, die durch Veränderungen der Resonanzräume in Mund- und Rachenraum die Zusammensetzung der Obertöne bei gleichbleibendem Grundton bewusst verändern können. Mit den erworbenen Kenntnissen können die Schüler diese faszinierende Fähigkeit nun auf eine Weise erfahren, die über das rein akustische Erleben deutlich hinausgeht: Sie können die Änderungen des Partialtonspektrums in Echtzeit verfolgen und erleben die Bedeutung der Obertöne und ihrer Darstellung im Frequenzraum auf eine beeindruckende Art und Weise.
- Mit der Sprachanalyse und -synthese erhalten die Schüler zum Abschluß einen Einblick in ein aktuelles Forschungsgebiet, welches sich der Fourieranalyse und -synthese praktisch bedient. Ihnen wird die Bedeutung des Lehrstoffes bewußt, zudem die Schwierigkeiten und Grenzen bei der praktischen Umsetzung und Anwendung.

Die vielfältigen Fragen, welche bei der Bearbeitung der Arbeitsblätter zwangsläufig auftreten, können größtenteils nur im Einzelgespräch behandelt werden, da diese in Ausrichtung und Tiefe individuell sehr differieren werden. Sollten sich allgemeine Verständnisschwierigkeiten oder Interessensschwerpunkte herausstellen, kann die Arbeitsphase jedoch zu einem geeigneten Zeitpunkt unterbrochen werden.

Die Klangbeispiele wurden der CD-Rom "Musica! - Die Welt der Instrumente entdecken und erleben" [Mus99] entnommen bzw. von Dr. Herbert Litschke [Lit00], Prof. Werner Schneider [Sch00] und OStR. Gert Braune [Bra03] zur Verfügung gestellt.

2.5.1 Schwingungsanregung / Menschliche Stimme und Sprache (17.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen die beiden grundlegenden Mechanismen der Schwingungsanregung begrenzter Luftsäulen verstehen und kennen.
- Sie sollen das lineare Modell der Schallerzeugung kennen.
- Sie sollen die grundlegenden Mechanismen der Stimm- und Vokalbildung kennen.

Geplanter Stundenverlauf

Versuch: Demonstration von Lippenpfeife und Zungenpfeife

Es werden die beiden Demonstrationsmodelle einer Lippen- und einer Zungenpfeife (Physiksammlung) angeblasen und die Schüler nach dem Klangeindruck befragt. Die beiden Pfeifen werden herumgereicht und nach einer Erklärung für den Anregungsmechanismus gefragt.

Leitfrage: Was bringt die Luftsäule zum schwingen?

Während die schwingende Metallzunge als Oszillator der Zungenpfeife noch relativ offensichtlich ist (die Länge der schwingenden Zunge und damit die Tonhöhe lässt sich zudem variieren!), wird die Kammer der Lippenpfeife mit Kernspalt und Schneide (Oberlabium) geöffnet und nach einer möglichen Begründung für den vorliegenden Aufbau bzw. nach dem Anregungsmechanismus gefragt. Danach wird die Folie "Schwingungsanregung bei Blasinstrumenten" (Kap. A.1, Nr. 8) aufgelegt, wobei die untere Hälfte abgedeckt bleibt.

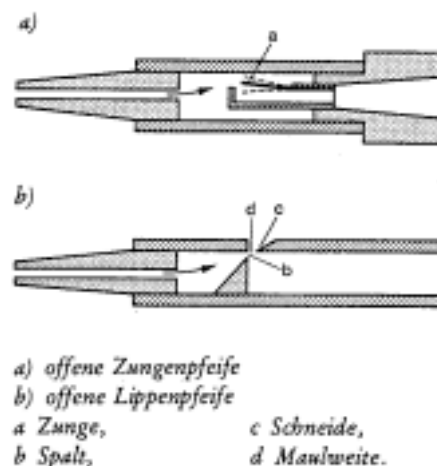


Abbildung 6: Schematischer Aufbau von Zungenpfeife (a) und Lippenpfeife (b) [Ade87]

Demonstration der Wirbelablösung an der Schneide einer Lippenpfeife / Luftblatt

Zur Veranschaulichung des Einschwingvorganges und der Wirbelablösung an der Schneide einer Lippenpfeife werden die Schlierenaufnahmen von Rainer Jank [Jan02] an die Wand des Computerraums projiziert (siehe Abbildung 7).

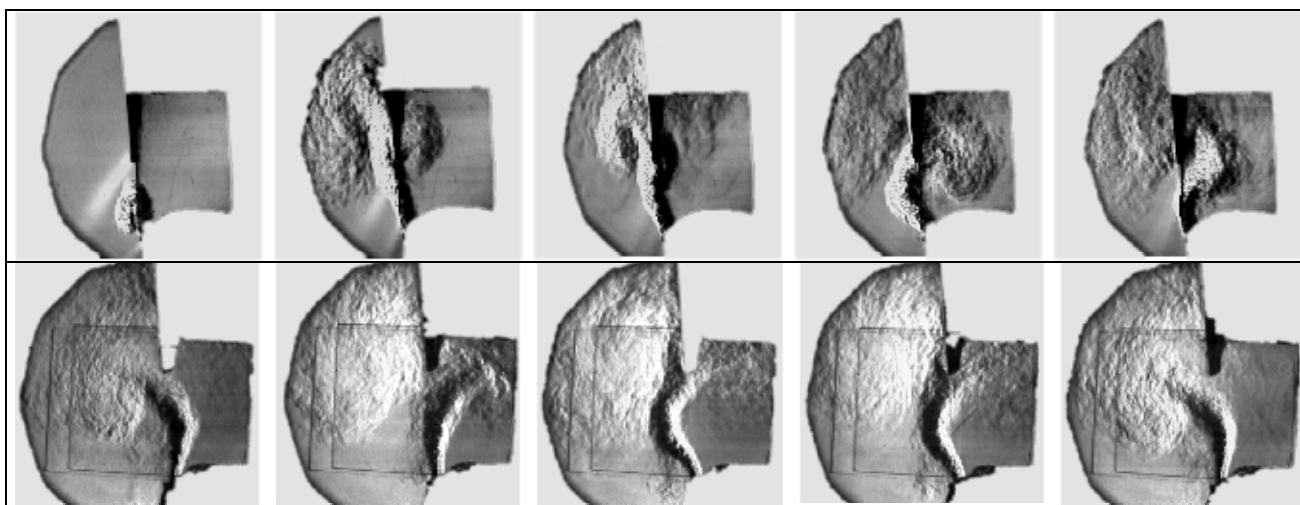


Abbildung 7: Momentaufnahmen während des Einschwingvorgangs (obere Zeile) und während einer Periode der stabilisierten Luftblattschwingung einer gedeckten Orgelpfeife [Jan02]. Die Luft strömt vom Kernspalt (unten) gegen die Schneide (Oberlabium) und führt zu periodischen Wirbelablösungen, deren Eigenfrequenz durch die Länge der Luftsäule bestimmt ist.

Schwingungsanregung durch druckgesteuerte Rohrblätter (positive Rückkopplung)

Der Anregungs- und Rückkopplungsmechanismus bei Zungen- bzw. Rohrblattinstrumenten (Klarinette, Oboe, Fagott) wird mit Hilfe der Folie "Anregung und Eigenschwingungen von Holzblasinstrumenten" (Kap. A.1, Nr. 9) erklärt. Die Schüler sollen durch gezielte Verständnisfragen aufgefordert werden, sich die Vorgänge anhand der Darstellung selbst zu erarbeiten: Ist die stehende Welle der Schnelle oder die des Druckes dargestellt? Welche Harmonische ist abgebildet? Welche Randbedingungen sind gegeben? Welche Eigenschwingungen sind möglich?

Nach der Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen Anregungsvorgang (Schnelle bzw. Druck-gesteuert) und den dadurch herrschenden Randbedingungen (gleich bzw. gemischt) wird auf die Unterschiede im Frequenzspektrum und damit der Klangfarbe geschlossen. Die Schüler haben so den rein akustisch empfundenen Klangunterschied der beiden Pfeifentypen vom Anfang der Stunde auf die Unterschiede im Anregungsmechanismus zurückgeführt und damit eine der Aufgabenstellungen der anschließenden Arbeitsphase exemplarisch bearbeitet. Als zusätzliche Vorbereitung auf das Arbeitsblatt werden kurz die Bezeichnungen offene und gedackte Pfeife erläutert. Die folgende Einführung in die physikalischen Grundlagen der menschlichen Sprache erfolgt weitgehend im Lehrervortrag.

Menschliche Stimme / Lineares Modell der Schallerzeugung (Folie und Arbeitsblatt)

Die Schüler werden darauf hingewiesen, daß jeder von ihnen mit dem Vokaltrakt ein natürliches Beispiel einer Zungenpfeife besitzt. Es wird die Folie "Menschliche Stimme / Vokaltrakt" (Kap. A.1, Nr.10) aufgelegt und der Begriff "Lineares Modell der Schallerzeugung" durch die Vorstellung der drei Systemkomponenten Energiereservoir (Lunge), Oszillator (Stimmlippen) und Resonator (Vokaltrakt) eingeführt.

Das stete Öffnen und Schließen der Stimmbänder durch Druckaufbau (Lunge und Stimm-bandspannung) und Druckabfall (Bernoulli Prinzip) wird mit den eben besprochenen Rohrblattschwingungen verglichen. Zur Demonstration sollen die Schüler die Schwingungen der eigenen Stimmbänder bei stimmhaftem ("zzz") und stimmlosem ("sss") S ertasten. Grundfrequenz und Schwingungsform werden mit Stimmhöhe und Stimmklang (ungefiltertes Stimm-bandpektrum) in Verbindung gebracht; die unterschiedlichen Tonlagen aus der Beschaffenheit der Stimmbänder (Länge und Masse) erklärt.

Die Stimmbänder als "druckgesteuerte Ventile" identifizieren den Vokaltrakt als einseitig geschlossenen Resonanzraum und dessen Eigenfrequenzen somit als ungeradzahlig Vielfache der Grundfrequenz, welche sich aus der Länge der Luftsäule zwischen Stimmlippen und Mundöffnung ergibt (siehe Arbeitsblatt, Kap. A.1, Nr. 10). Die Gestalt des Resonanzraumes führt zu einer Verbreiterung der Eigenfrequenzen zu ausgeprägten Resonanzbereichen, den sogenannten Formanten. Diese prägen dem ursprünglich gleichmäßig abfallendem Stimm-bandpektrum einen Amplitudenverlauf auf, der für bestimmte Laute charakteristisch ist.

Auf die Formanttheorie der Vokale (Merkblatt, Kap. A.1, Nr.11) wird nur insoweit eingegangen, als es für das Verständnis des folgenden Arbeitsauftrages (Arbeitsblatt "Klangfarbe musikalischer Instrumente, Kap. A.2) notwendig ist. Dies betrifft vor allem die Diskussion des Formantendiagramms, d.h. die Darstellung der gegenseitigen Lage der ersten beiden Formanten. Zum Abschluß wird auf die technische Relevanz der Sprachanalyse und -synthese und auf die zugehörige Aufgabenstellung im folgenden Arbeitsblatt hingewiesen.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Da diese Stunde den Anfang einer Doppelstunde bildete und der in der daran anschließenden Stunde selbstständig zu bearbeitende Arbeitsauftrag relativ umfangreich gestaltet war, wurde versucht, die Behandlung der Schwingungsanregung durch einen Lehrervortrag in einem zeitlich begrenzten Rahmen zu halten.
- So wurden z.B. die Demonstrationsmodelle der beiden Pfeifenarten zwar vorgestellt, aber nicht durchgereicht. Die den Pfeifenarten zugeordneten Randbedingungen (Druck- bzw. Schnellebauch) wurden anhand der Folie "Anregung und Eigenschwingungen von Holzblas-

instrumenten" (Kap. A.1, Nr. 9) mehr vorgestellt, denn erarbeitet. Das Verständnis der Darstellung wurde jedoch durch entsprechende Fragen nach der abgebildeten Größe (Druck bzw. Schnelle) und der Ordnung der Harmonischen sichergestellt.

- Die Vorgänge am Luftblatt (Kap. A.1, Nr.9, unten) blieben einigen Schülern unklar und konnten auch durch die Animationsfilme (Abbildung 11) nur teilweise erhellt werden. Die Ausbildung eines Schnellebauchs durch Wirbelablösung am Luftblatt ist jedoch sehr anspruchsvoll.
- Der Unterschied zwischen offenen und gedackten Pfeifen und deren Eigenschwingungen war den Schülern durch die bekannten Experimente am Kundt'schen Rohr geläufig.
- Auch die Behandlung der menschlichen Stimmbildung litt unter dem eng gesteckten Zeitrahmen. Die Funktion der Stimmbänder als Oszillatoren und das Modell einer einseitig geschlossenen Luftsäule für den Vokaltrakt war einleuchtend. Die Filterung des Stimmbandspektrums durch die Resonanzbereiche des Vokaltraktes konnte jedoch nicht in dem notwendigen Maße und der ihr gebührenden Bedeutung vermittelt werden. Daß die Grundlage der menschlichen Sprachbildung in der Änderung der Resonanzbereiche durch Zungen- und Kieferstellung liegt, konnte aber deutlich herausgestellt werden. Auf die Formanttheorie der Vokale wurde nur insofern eingegangen, daß zur Identifizierung eines Vokals die Kenntnis der ersten beiden Formanten ausreicht. Eine weitergehende Behandlung sollte auf die Einzelgespräche während der Arbeitsphase verschoben werden.
- Insgesamt betrachtet empfanden die Schüler dieses Thema der Schwingungsanregung und der menschlichen Stimmbildung als sehr interessant und die Kürze der Behandlung daher als unangemessen und zum Teil überfordernd. Sie wünschten sich eine deutlich ausführlichere und detailliertere Vermittlung der Sachverhalte.

2.5.2 Klanganalyse: Partialtöne, Klangspektrum, Spektralansicht (17.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen einen Eindruck erhalten von
 - der "strengen" Periodizität selbst komplizierter Wellenformen und
 - der "exakt" ganzzahligen Verhältnisreihe ihrer Partialtöne.
- Sie sollen die Auswirkungen sowohl der Anzahl der Obertöne als auch deren Zusammensetzung auf die Klangfarbe erfahren.
- Sie sollen die drei Darstellungsarten Wellenform, Frequenzspektrum und Spektralansicht kennen, unterscheiden, interpretieren und geeignet anwenden können.
- Sie sollen erkennen, daß nicht allein die Randbedingungen über die Auswahl bzw. die Zusammensetzung der Eigenschwingungen entscheiden.

Geplanter Stundenverlauf / Beschreibung der Arbeitsaufträge

Grundton / Partialtöne / Obertonfülle / Klangfarbe "hart" und "weich"

Nach den Standardsignalformen Sinus, Rechteck, Dreieck und Sägezahn kommen die Schüler nun zum ersten Mal mit Wellenformen natürlicher Klänge in Berührung. Deshalb sollen sie durch ein ihnen hinlänglich bekanntes Meßverfahren, der Bestimmung der Frequenz aus der Periodendauer, an die noch ungewohnten Wellenformen herangeführt werden. Um die Genauigkeit der Messung zu erhöhen, soll über mindestens zehn Perioden gemittelt werden. Sie sollen dabei die *strenge* Periodizität auch komplizierter Wellenformen erfahren und diese mit der Grundfrequenz bzw. dem Grundton in Verbindung bringen.

Im nächsten Schritt, der Analyse, sollen nun die Details der Wellenform mit der Zusammensetzung der Partialtöne (und damit der Klangfarbe) verknüpfen werden. Es wurden die Klänge zweier Musikinstrumente gewählt, welche sich in der Anzahl der Obertöne deutlich unterscheiden: Die obertonarme Querflöte mit einer nahezu perfekten Dreieckswellenform und die obertonreiche Trompete mit einer komplizierten Wellenform, die sich zudem durch konturenreiche Strukturen auszeichnet (siehe Abbildung 8). Die Schüler sollen die Wellenformen qualitativ beurteilen und die Frequenzwerte der Partialtöne bestimmen und tabellarisch doku-

mentieren (siehe Aufgabenblatt, Kap. A.2). Dadurch wird ihnen die Abfolge *exakt* ganzzahlig Vielfacher der Grundfrequenz eindrucksvoll vor Augen geführt. Der Unterschied im Obertonreichtum der beiden Klangspektren wird daraufhin mit den Klangeindrücken "hart" (Trompete) und "weich" (Querflöte) verknüpft.

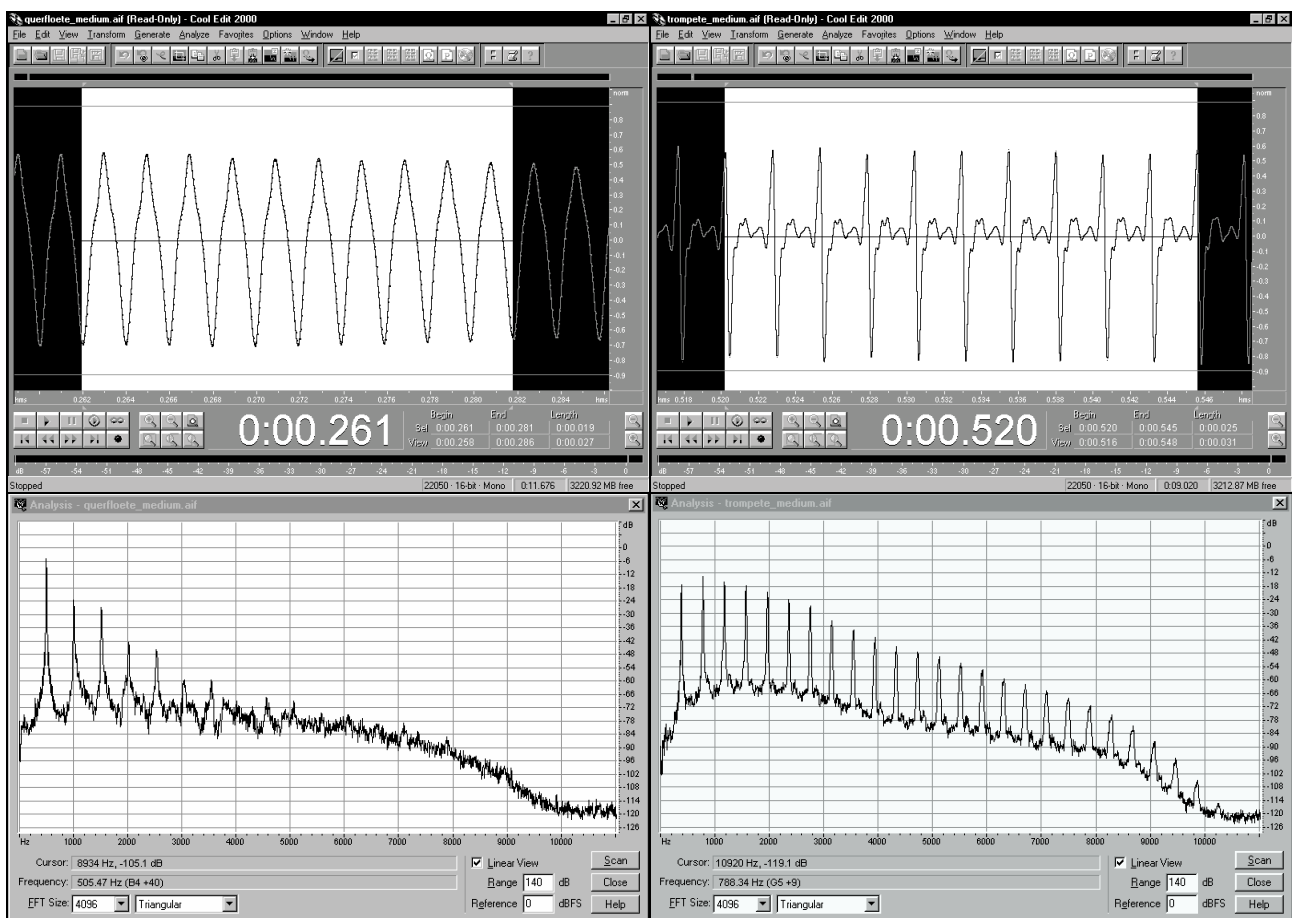


Abbildung 8: Wellenformen (oben) und Frequenzspektren (unten) der Klänge einer Querflöte (links, querfloete_medium.aif) und einer Trompete (rechts, trompete_medium.aif).

Hausaufgabe: Länge der schwingenden Luftsäule / Naturtonreihe

In der Hausaufgabe sollen die Schüler die Länge der schwingenden Luftsäule für beide Fälle d.h. für die unterschiedlichen Tonhöhen der untersuchten Musikinstrumente (Querflöte und Trompete) berechnen. Durch die Aufgabenstellung lernen sie die Technik des "Überblasen"s, d.h. der Anregung der nächsthöheren Harmonischen als neuem Grundton kennen. Mit dieser zusätzlichen Information können sie nun die sogenannte Naturtonreihe bestimmen. Dies entspricht der Berechnung der Harmonischen bei bekannter Instrumentenlänge.

Offene und gedackte Pfeifen / Blockflöte

Nachdem die Schüler in der vorangegangenen Aufgabenstellung die Klangfarben "weich" bzw. "hart" mit einer nahezu sinusförmigen bzw. einer detailreichen Wellenform und dies wiederum mit der Anzahl der Obertöne im Klangspektrum verknüpfen konnten, lernen sie nun die Auswirkungen einer selektiven Auswahl von Frequenzen auf die Klangfarbe kennen. Der vorliegende Spezialfall einer offenen bzw. gedackten Pfeife gestattet es zudem, die Unterschiede in Klangfarbe und Klangspektrum auf die Bauart des Instrumentes (gleiche bzw. gemischte Randbedingungen) zurückzuführen. Der Lehrstoff der entsprechenden Unterrichtsstunde (Kap. 2.4.3) wird dadurch für die Schüler praktisch verwertbar und über den optischen Eindruck (Kundt'sches Rohr) hinaus auch akustisch erfahrbar. Dazu wurde ein Klangbeispiel gewählt [Lit00], welches auch im Unterricht praktisch vorgeführt werden kann (offene und gedackte Pfeifen treten sonst meist nur im Orgelbau auf!): Der Flötenkopf einer Blockflöte, dessen Anschlußstück einmal offen und einmal mit der Handfläche abgedeckt ist.

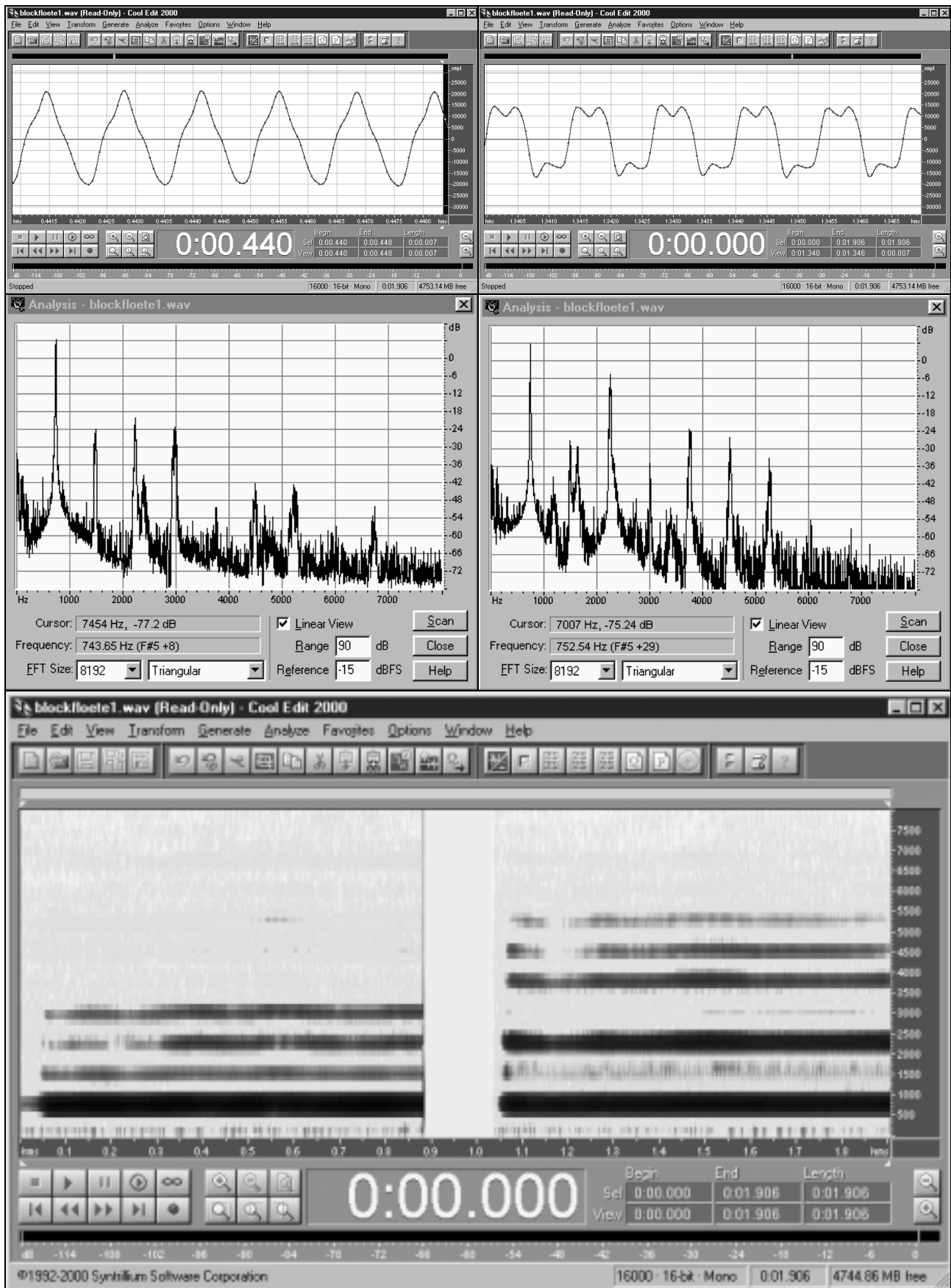


Abbildung 9: Wellenform (oben), Frequenzspektrum (Mitte) und Spektralansicht (untere Zeile) einer offenen (links) und einer gedackten Flöte (rechts). Man erkennt die Dominanz ungeradzahlicher Vielfacher bei der gedackten d.h. einseitig geschlossenen Pfeife.

Man erkennt im Frequenzspektrum (Abbildung 9, Mitte), daß im Gegensatz zur offenen Pfeife (links) bei der gedackten (rechts) die ersten ungeradzahlgigen Harmonischen ($k = 1, 3, 5$) gegenüber den geradzahlgigen ($k = 2, 4$) dominieren und Höherharmonische ($k = 5, 6, 7$) stärker hervortreten. Diese Frequenzverteilungen spiegeln sich in Klangfarbe und Wellenform wider: Im leicht schnarrenden Klang der gedackten Pfeife und ihrer rechteckförmigen Wellenform (Abbildung 9, rechts oben) bzw. dem sanften, weichen Klang der offenen Flöte mit einer nahezu dreiecksförmigen Wellenform (Abbildung 9, links oben). Dieser Zusammenhang ist den Schülern bereits aus der Behandlung der fundamentalen Schwingungsformen (Kap. 2.3.4, Arbeitsblatt "Klangfarben / Klangspektren", Kap. A.1, Nr. 6) bekannt und wird hier an natürlich vorkommenden Klängen wiederholt und vertieft.

Besonders deutlich treten die Unterschiede in der Spektralansicht (Abbildung 9, unten) zu Tage. In dieser "dreidimensionalen" Darstellungsform werden die auftretenden Frequenzkomponenten über der Zeitachse aufgetragen und deren Intensität (bzw. Amplitude) durch entsprechende Farbgebung verdeutlicht (In der Graustufendarstellung von Abbildung 9 leider nur rudimentär sichtbar.). Mit der Spektralansicht lernen die Schüler eine weitere Systemdarstellung kennen und werden bei dieser Gelegenheit aufgefordert, die einzelnen Darstellungsarten miteinander zu vergleichen und sich deren Anwendbarkeit auf verschiedene Problemstellungen zu überlegen. Die Vorteile einer dem System bzw. der Problemstellung adäquaten Darstellung wird an diesem und den folgenden Beispielen besonders deutlich.

Einfluß der Innenbohrung / Oboe / Klarinette

Daß nicht nur die Randbedingungen (gleich oder gemischt) über das Auftreten oder Fehlen der geradzahlgigen Harmonischen entscheiden, sondern auch die Form der Innenbohrung, ist Ziel der folgenden Aufgabenstellung: Die Klangspektren der beiden Holzblasinstrumente Klarinette (zylindrische Innenbohrung) und Oboe (konische Innenbohrung) sollen miteinander verglichen werden. Obwohl beide Instrumente über "druckgesteuerte" Rohrblätter angeregt werden und somit gemischte Randbedingungen aufweisen, zeigt nur die Klarinette die erwartete Dominanz der ungeradzahlgigen Harmonischen (Abbildung 10), und dies nur bis zur fünften Ordnung.

Weiter fällt auf, daß bei der Oboe (konische Innenbohrung) die Frequenzverteilung ihr Maximum in Bereich der fünften Harmonischen erreicht (Abbildung 10, Frequenzspektrum und Spektralansicht): Der Grundton ist also nicht unbedingt die dominierende Frequenzkomponente! Diese zunächst überraschende Erkenntnis kann einerseits auf den Einfluß des konischen Resonanzraumes zurückgeführt werden (analog zur Filterung des Stimmbandspektrums durch die Formanten des Vokaltraktes, siehe Kap. 2.5.1), wirft aber andererseits die Frage auf, auf welche Weise der menschliche Gehörsinn den Grundton identifiziert. Auf diese Frage wird in der letzten Unterrichtsstunde (siehe Kap. 2.6.1) noch näher eingegangen werden.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Die Bestimmung der Frequenz des Grundtones (durch die Abmessung der Periodendauer) und der Obertöne (durch Plazierung des Cursors) fiel allen Schülern leicht. Die Frage nach dem Verhältnis der Obertöne zum Grundton mißverstanden einige Schüler in der Weise, daß sie zusätzlich zum Frequenz- auch das Amplitudenverhältnis bestimmten. Die Verknüpfung der Anzahl der Obertöne mit den Klangfarben "weich" bzw. "hart" erkannten alle Schüler.
- Die Beschreibung der Klangeindrücke (hier der offenen bzw. gedackten Pfeife) mit eigenen Worten fällt vielen Schülern schwer. Sie erkennen jedoch den Unterschied in der Klangfarbe und im Frequenzspektrum. Da aber keine vollständige Systematik zu erkennen war (d.h. nicht alle geradzahlgigen Obertöne waren verschwunden, sondern nur ein gewisser Anteil) waren die Schüler sehr unsicher in ihrer Vermutung.
- In wie weit die einzelnen Schüler die Darstellung "Spektralansicht" durchdringen konnten, läßt sich nicht genau beurteilen. Auf Rückfrage konnten sie zumindest die dargestellten Grö-

ßen (Zeit-, Frequenzachse) identifizieren und die farbliche Kennzeichnung der Intensität intuitiv erfassen. Ob jedoch die Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Einsatzbereiche der drei möglichen Darstellungsarten in Gänze begriffen wurden, ist anzuzweifeln.

- Besonders schwer kam das Fehlen dreier Schüler (außerunterrichtliche Veranstaltung) in der vorangegangenen Woche zum Tragen. Sie hatten zwar die Grundbedienelemente des Programms kennengelernt (US 3, Kap. 2.3.3), Frequenzanalyse und -spektrum waren ihnen jedoch unbekannt (US 4, Kap. 2.3.4). Damit war zum einen der Großteil der Betreuung bei diesen Schülern konzentriert, zum anderen konnte der Lehrstoff nicht in dem Maße vermittelt bzw. nachgeholt werden, wie es zur Bewältigung der aktuellen Aufgabenstellungen nötig gewesen wäre. Diese Schüler fehlten auch in den kommenden zwei Unterrichtsstunden.

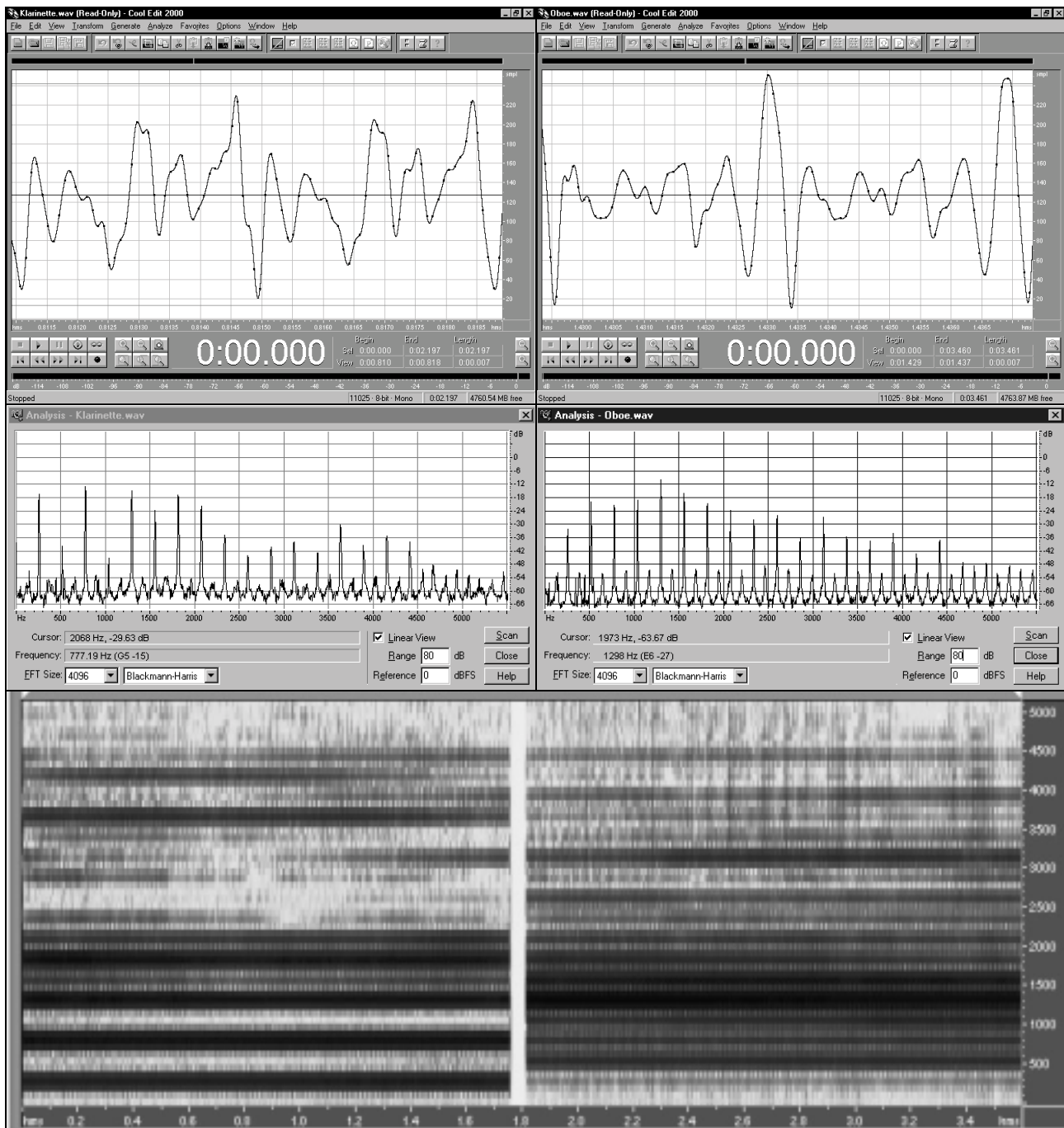


Abbildung 10: Wellenform (oben), Frequenzspektrum (Mitte) und Spektralansicht (untere Zeile) einer Klarinette (links) und einer Oboe (rechts). Nur die Klarinette mit zylindrischer Innenbohrung (links) zeigt die Dominanz der ungeradzahigen Harmonischen.

2.5.3 Klanganalyse: Zeitliche Vorgänge, Menschliche Stimme (18.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen zeitliche Änderungen der Klangfarbe und deren Korrespondenz in Wellenform und Frequenzspektrum erfahren.
- Sie sollen die Relevanz der zeitlichen Vorgänge des Einschwingens (von Blasinstrumenten) und des Abklingens (von Saiteninstrumenten) für das Klangempfinden erfahren.
- Sie sollen am Beispiel des menschlichen Vokaltraktes die Filterfunktion eines Resonanzkörpers auf das Frequenzspektrum eines Oszillators verstehen und praktisch anwenden.

Geplanter Stundenverlauf / Beschreibung der Arbeitsaufträge

Hausaufgabenbesprechung / Ergebnissicherung

Zu Beginn dieser Arbeitsphase wird kurz auf die in der letzten Stunde aufgeworfenen Fragen eingegangen und die Lösung der Hausaufgabe (Länge der schwingenden Luftsäule / Naturtonreihe) auf Folie präsentiert und als Lösungsblatt (siehe Kap. A.2) ausgeteilt. Die Beantwortung darüber hinausgehender Fragen muß auf die Einzelgespräche während der Arbeitsphase verschoben werden, um diese Sammlungsphase nicht unnötig auszudehnen.

Einschwingvorgang von Lippenpfeifen

Der Einschwingvorgang einer Lippenpfeife, der im Unterricht durch die Filmsequenzen von Rainer Jank [Jan02] veranschaulicht wurde, soll nun mit Hilfe der Fourieranalyse untersucht werden. Hierzu sollen die Schüler die zeitliche Änderung von Wellenform und zugeordnetem Frequenzspektrum während des Anblasvorgangs ($\Delta t \approx 40 \text{ ms}$) vergleichen [Lit00]. Sie erkennen dabei sowohl in der Zeit- als auch in der Frequenzdarstellung (siehe Abbildung 11), daß die zweite Harmonische in den ersten Millisekunden einen bedeutenden Beitrag liefert, der im weiteren Verlauf jedoch abnimmt und nun zur Klangfarbe des Instrumentes beiträgt. Durch das Entfernen dieser ersten Millisekunden wird den Schülern verdeutlicht, daß der Einschwingvorgang den Klangeindruck eines Blasinstrumentes entscheidend mitbestimmt.

Abklingen gezupfter bzw. geschlagener Saiten

Bei gezupften und geschlagenen Saiteninstrumenten erfolgt die Anregung durch eine einmalige Auslenkung der Saite und der anschließenden freien, gedämpften Saitenschwingung. Die Änderung der Klangfarbe während dieses "Abklingens" ist Gegenstand dieser Aufgabe.

Um die Aufmerksamkeit der Schüler auf den Abklingvorgang zu lenken, wird ein Klangbeispiel [Lit00] gewählt, welches den exemplarischen Vergleich der Klangfarbe von Blas- und Saiteninstrumenten (bei identischer Tonhöhe) gestattet. Sie erkennen (Spektralansicht, Abbildung 12), daß die Gitarre mehr Obertöne aufweist als die Flöte, und somit härter klingt. Dieser Zusammenhang ist ihnen mittlerweile bekannt. Neu und offensichtlich ist jedoch, daß sich das Klangspektrum der Gitarre zeitlich ändert: Die Höherharmonischen verschwinden schneller als die ersten beiden Harmonischen, zudem unterschiedlich schnell. Daß dies in der unterschiedlich starken Dämpfung der einzelnen Frequenzkomponenten begründet ist, würde eine eingehende Behandlung der gedämpften Schwingung voraussetzen bzw. nach sich ziehen. Es kann jedoch im direkten Gespräch mit einzelnen Schülern durchaus angesprochen werden. An einem weiteren Beispiel, dem Klavier [Mus99], wird schließlich deutlich, daß die Klangänderung während des Abklingens auch bei geschlagenen Saiten auftritt.

An dieser Stelle sollten die Schüler erneut darauf hingewiesen werden, daß das Programm (bei entsprechend reduzierter Auflösung) Fourieranalyse in Echtzeit gestattet, d.h. daß die Änderungen im Frequenzspektrum während des Abspielens der Audiodateien beobachtet werden können. Diese Möglichkeit ist für die Untersuchung des Abklingvorgangs besonders instruktiv und liefert in der folgenden Aufgabe beeindruckende Ergebnisse.

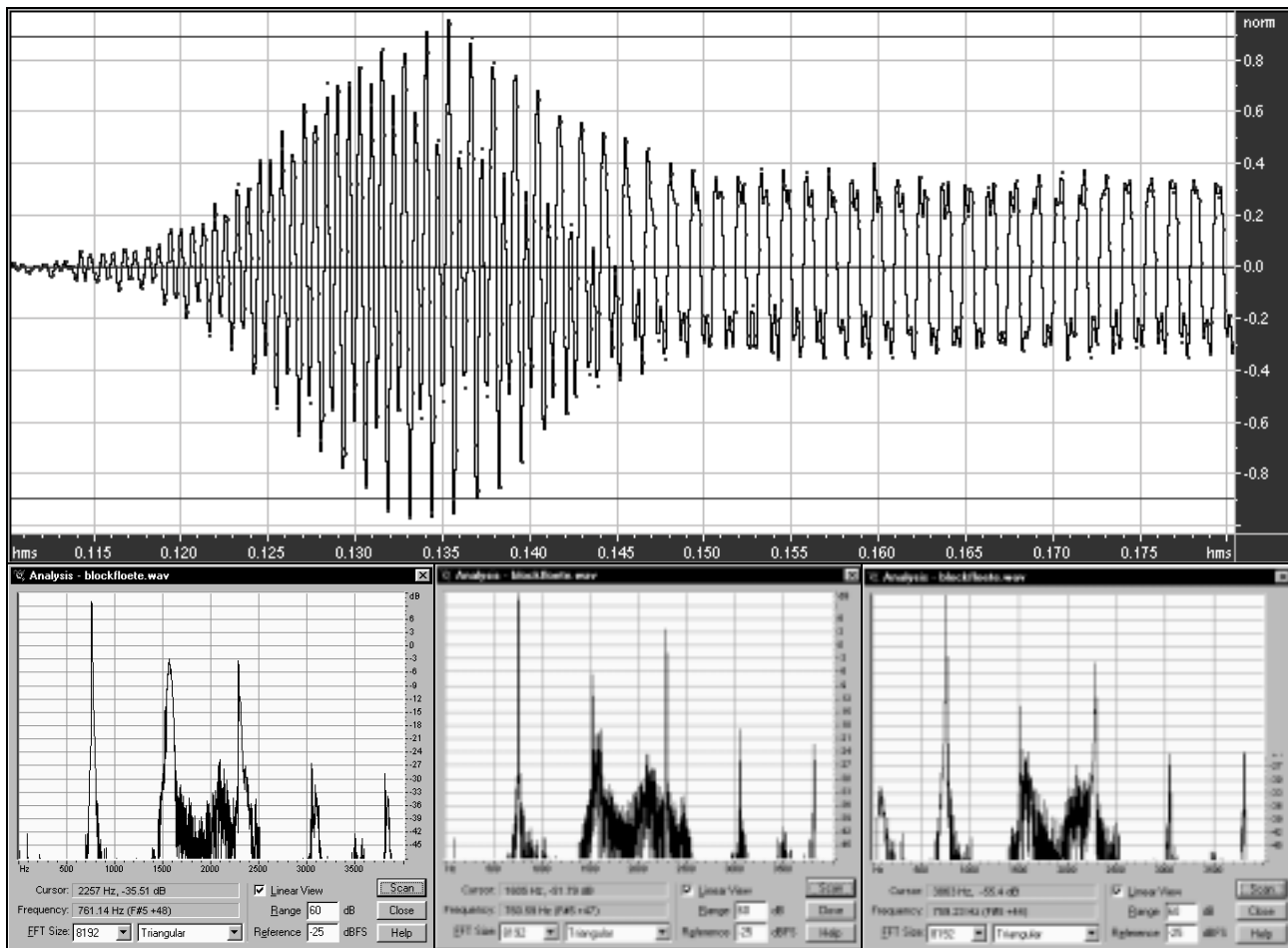


Abbildung 11: Anblasvorgang einer Blockflöte als Beispiel des Einschwingvorgangs einer Lippenpfeife. Die Frequenzspektren der unteren Zeile sind den Zeiten $t = 0.13\text{s}$, 0.15s , 0.17s des oben abgebildeten Zeitintervalls $\Delta t = (0.18 - 0.11)\text{s} = 70\text{ ms}$ zugeordnet.

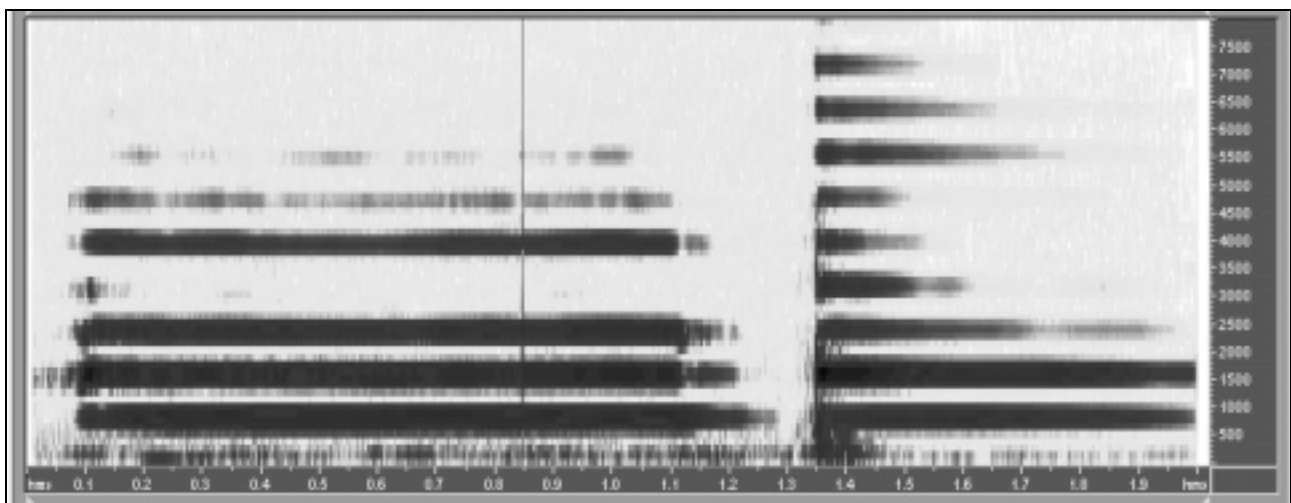


Abbildung 12: Spektralansicht des Klangspektrums eines Blasinstrumentes (Blockflöte, links) und eines Saiteninstrumentes (Gitarre, rechts). Man erkennt das Abklingen gezupfter Saiten im Vergleich zur stabilisierten gleichbleibenden Schwingung der Luftsäule.

Obertonmusik

Die Schüler werden aufgefordert, sich die Bedeutung des Begriffs "Obertongesang" durch die Echtzeit-Analyse eines entsprechenden Klangbeispiels [Bra03] klar zu machen. Die alleinige Änderung der Zusammensetzung der Obertöne bei gleichbleibendem Grundton führt ihnen am Ende der Unterrichtseinheit noch einmal den Unterschied der Begriffe Ton, Klang, Tonhöhe und Klangfarbe vor Augen. Am konkreten Beispiel erkennen sie zudem den Einfluß der Resonanzen des Vokaltrakts auf das ungefilterte Stimmbandspektrum (siehe Kap. 2.5.1).

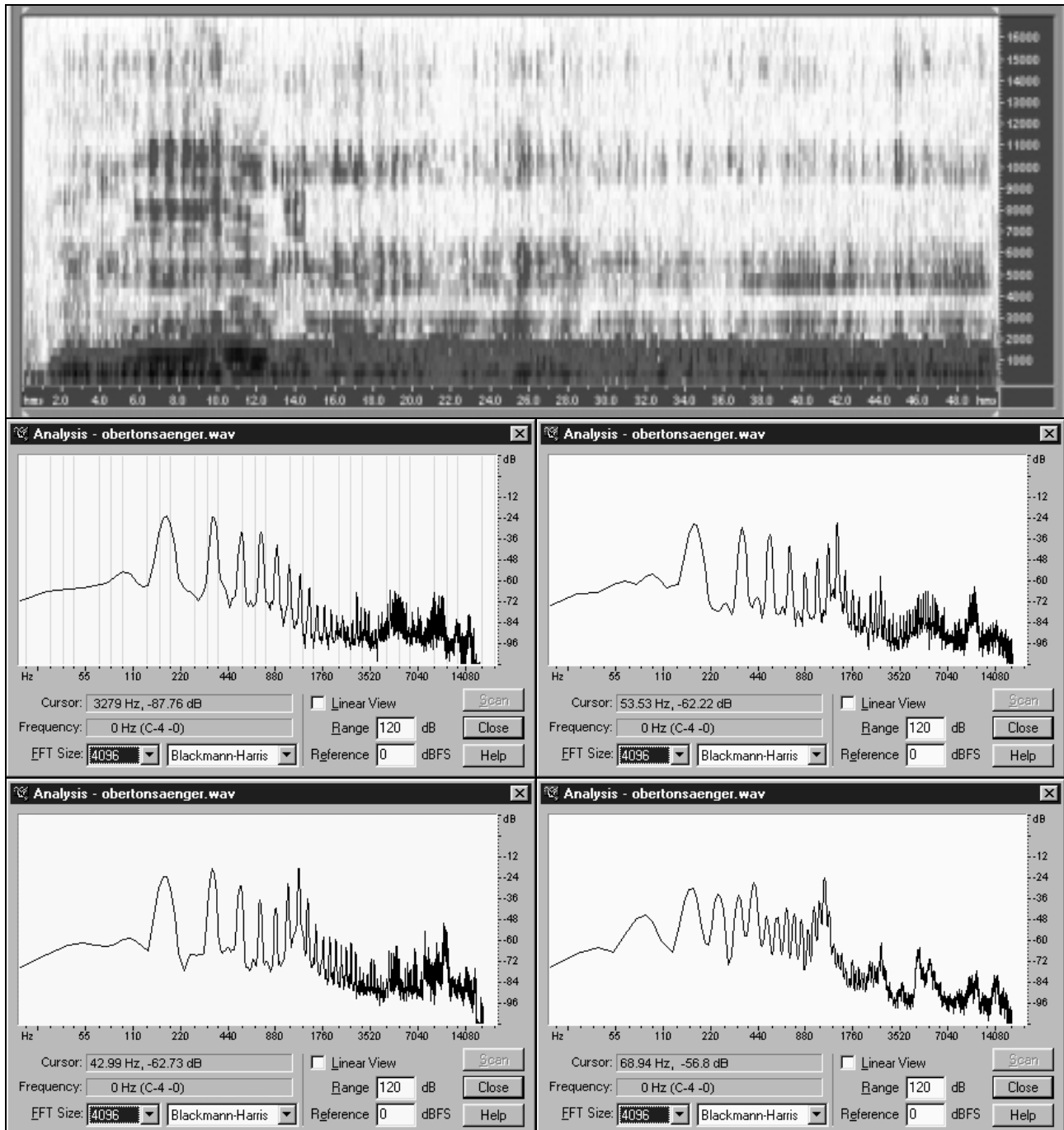


Abbildung 13: Spektralansicht (obere Zeile) und vier exemplarische Klangspektren des Obertongesanges (2. Zeile: t = 4 s und t = 34 s; 3. Zeile: t = 9 s und t = 40 s). Man erkennt deutlich den gleichbleibenden Grundton bei veränderter Obertonverteilung. Die Echtzeitanalyse zieht jedoch eine verringerte Auflösung (FFT-Size) nach sich.

Sprachanalyse und Sprachsynthese

Die Schüler sollen nun ihre eigenen Vokale mit dem Mikrofon aufnehmen, deren Klangspektrum analysieren und die einzelnen Vokale dem auf dem Arbeitsblatt (Kap. A.2, Nr. 3) abgebildeten Formantendiagramm zuordnen. Sie werden dadurch aufgefordert, sich aktiv mit dieser noch ungewohnten Darstellungsweise (Zwei Frequenzen sowohl als Ordinate als auch Abszisse) auseinanderzusetzen.

Die Formanten bzw. das soeben analysierte charakteristische Klangspektrum soll nun für einen bestimmten Vokal als Frequenzfilter näherungsweise nachgebildet werden. Durch die Anwendung dieses Filters auf ein ausgeglichenes Frequenzspektrum (mit konstanter Verteilung der Frequenzen bis $f = 6000$ Hz) soll der Vokal somit synthetisiert werden (Abb. 14).

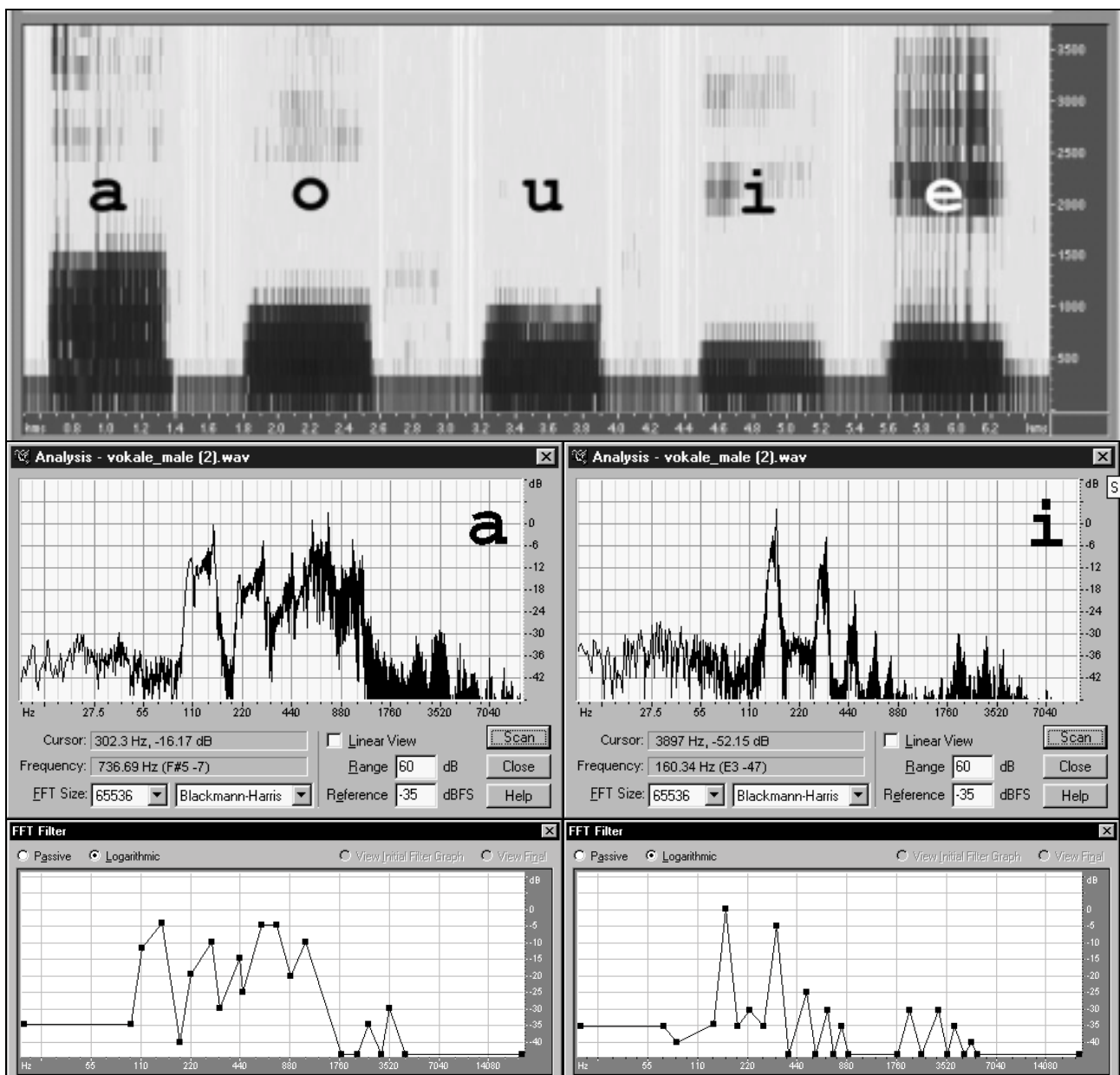


Abbildung 14: Spektralansicht der Vokale des deutschen Sprachraums (obere Zeile), Klanganalyse (Mitte) und Filterfunktionen (untere Zeile) für die Vokale "a" und "i".

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Leider war in dieser Stunde nur mehr die Hälfte der Klasse, d.h. sieben Schüler anwesend (Freitag, vorletzte Stunde vor den großen Ferien). Insbesondere fehlten die drei Schüler, die aufgrund mangelnder Vorkenntnisse (Fourieranalyse und Frequenzspektrum) schon in der vorangegangenen Stunde Schwierigkeiten mit dem Lösen der Aufgabenstellungen hatten.
- Die Hausaufgabe hatte nur einer der Schüler teilweise bearbeitet. Die Ergebnisse der vorangegangenen Stunde wurden kurz an Hand der Lösungsfolie (siehe Kap. A.2, Nr.3) besprochen und dabei auf den Einfluß zylindrischer bzw. konischer Innenbohrungen eingegangen.
- Das Auftreten der zweiten Harmonischen während des Anblasvorganges wurde von den Schülern zwar in der Wellenform erkannt, nicht jedoch (in vergleichbarer Deutlichkeit) in den zugehörigen Frequenzspektren. Dies gründet sich vor allem in der Tatsache, daß die Spektren nicht wie in Abbildung 11 nebeneinander gestellt, sondern nur nacheinander betrachtet werden können. Auch die Verwendung der Echtzeitanalyse hilft in diesem Fall nicht weiter, bedenkt man den zeitlichen Rahmen des Anblasvorganges ($\Delta t \approx 50 \text{ ms}$).
- Der Einfluß einer frequenzabhängigen Dämpfung für die zeitliche Änderung der Klangfarbe gezupfter oder geschlagener Saiten wurde nur mit einigen Schülern besprochen.
- Kurz vor Ende der Stunde wurden mit Hilfe des Beamers die Änderungen des Obertonspektrums beim Obertongesang unter Verwendung der Echtzeitanalyse demonstriert.
- Für die Bearbeitung der Aufgabe zur Sprachanalyse und -synthese blieb keinem der Schüler ausreichend Zeit. Drei der Schüler nahmen sich deshalb eine CD mit den Klangbeispielen mit, so daß nunmehr insgesamt sieben CDs im Umlauf sind (und hoffentlich benützt werden).

2.6 Themenbereich Physiologie des Ohres / Akustische Täuschungen

Stand die Funktion des menschlichen Hörsinns als "natürlicher Frequenzanalysator" am Anfang der Unterrichtseinheit, so soll an ihrem Ende auf den Unterschied zwischen menschlicher Wahrnehmung und physikalisch meßbarer "Wirklichkeit" hingewiesen werden. Sowohl die physiologisch bedingten Eigenschaften des Ohres (als "natürliches Meßinstrument") als auch die psychologischen Funktionen des Gehirns (als "Meßverstärker" und "Filter") können zu Artefakten der akustischen Wahrnehmung, den sogenannten akustischen Täuschungen, führen, die diesen Grenzbe-reich eindrucksvoll demonstrieren. Nähere Informationen zu den vorgestellten Phänomenen finden sich auf dem Arbeitsblatt "Akustische Täuschungen" (Kap. A.2) oder in der angegebenen Literatur.

- Die sinnliche Wahrnehmung einer Schwebung weist dabei auf die biologischen Grenzen des Hörapparates (als Fourieranalysator) hin und fordert zu einer näheren Beschäftigung mit der Übersetzung des physikalischen Reizes in wahrnehmbare Sinnesempfindungen auf. Daß es sich um eine Konsequenz der begrenzten Trennschärfe des Ohres handelt [Roe77], kann mit dem Vergleich von Stereo- und Monosignalen überzeugend gezeigt werden.
- Das Vorliegen eines linearen Kraftgesetzes als Bedingung für die ungestörte Überlagerung harmonischer Wellen (Superpositionsprinzip) wird durch die Existenz sogenannter Kombinationsfrequenzen deutlich. Verhält sich das Medium, in welchem die Übertragung stattfindet, nicht-linear (wie z.B. die Perilymphe des Innenohrs), so können die einzelnen Wellen miteinander wechselwirken und zusätzliche Frequenzen auftreten [Kuh89].
- Die sogenannten Residuumstöne ("Fehlender Grundton") stehen als Beispiel für die Bedeutung neuronaler und psychologischer Effekte (Filterung, Mustererkennung, Kontrastverstärkung): Das Gehirn rekonstruiert aus dem festen Frequenzabstand der Obertöne die vermutete, jedoch fehlende Grundfrequenz [Roe77].
- Der Shepard Effekt endlos steigender Tonfolgen [Hof86] ist die bei weitem bekannteste akustische Täuschung und verdeutlicht den Einfluß der menschlichen Sinnes-"erfahrung" bei der Beurteilung neuartiger Reizeindrücke.

Die Physiologie des Ohres und der nur intuitive Einblick in das Gebiet der Psychophysik (als Grenz wissenschaft zwischen Physik und Biologie) wurde an das Ende der Unterrichtseinheit in die letzte Stunde verschoben, um ausgehend von im Unterricht demonstrierten akustischen Täuschungen die Schüler zu einem Selbststudium dieses überaus interessanten Themenbereichs zu motivieren.

Das Aufgabenblatt wurde deshalb bewußt mit ausführlicheren Begleitinformationen ausgestaltet als die Arbeitsaufträge der vorangegangenen Stunden. Die Klangbeispiele bzw. die Anleitungen hierzu entstammen dem Kapitel "Akustische Täuschungen" des BLK-Projektes "Hörexperimente mit der Soundkarte" [Bra03], dem Redemanuskript von Prof. Dr. Schneider [Sch00], sowie dem Buch "Gödel, Escher, Bach - ein endlos geflochtenes Band" von Douglas R. Hofstadter [Hof86].

2.6.1 Physiologie des Ohres und Psychophysik: Akustische Täuschungen (22.07.2003)

Lernziele:

- Die Schüler sollen das bekannte Phänomen der Schwebung nunmehr in der begrenzten Trennschärfe des Ohres begründet wissen.
- Sie sollen das Vorliegen eines linearen Kraftgesetzes als Bedingung für das Superpositionsprinzip und damit der Fouriersynthese begreifen.
- Sie sollen durch die Vorstellung der akustischen Täuschungen einen intuitiven Einblick in die Psychophysik bekommen und zu einem Selbststudium motiviert werden.

Geplanter Stundenverlauf / Beschreibung der Arbeitsaufträge

Physiologie des Ohres

Am Anfang der Stunde wird der Einstiegsversuch in das Themengebiet "Fourieranalyse" (siehe Kap. 2.3.2) wieder aufgenommen und die bekannte Schwebungserscheinung zweier Töne demonstriert. Die Schüler wissen einerseits, daß die Schwebung die Konsequenz der Überlagerung zweier Frequenzen ist. Andererseits kennen sie die Funktion des Ohres als Frequenzanalysator, d.h. der Zerlegung eines Klanges in einzelne Frequenzkomponenten.

Leitfrage: Warum hören wir keine zwei getrennten Töne, sondern nur einen einzigen Ton ?

Diese Leitfrage, welche sich direkt aus dem oben angesprochenen Widerspruch ergibt, führt zwangsläufig auf die Physiologie des Ohres und die damit verbundenen Grenzen bei der Abbildung bzw. Wahrnehmung der physikalischen Realität. Gleichzeitig wird durch die Frage der diesbezügliche Kenntnisstand der Schüler aus dem Biologieunterricht abgefragt, um den folgenden Lehrervortrag auf das Nötigste zu begrenzen.

Mit Hilfe der Folien "Aufbau des menschlichen Ohres" und "Ortstheorie des Hörens" (siehe Kap. A.1, Nr. 12 und 13) wird kurz auf die Funktion des Gehörgangs, der Gehörknöchelchen und des Innenohres eingegangen. Im Mittelpunkt steht dabei die sogenannte "Ortstheorie des Hörens", d.h. die (logarithmische) Abbildung der Frequenzwerte auf unterschiedliche örtliche Bereiche der Basilarmembran. Um die Problembereiche des Arbeitsblattes vorzubereiten, wird in diesem Rahmen die Flüssigkeitsfüllung des Innenohrs (Kombinationsfrequenzen), die logarithmische Abbildung und die Mustererkennung (Residuumstöne) erwähnt. Damit soll den Schülern die Richtung für eine weitergehende, selbstständige Beschäftigung mit diesem Themenbereich gezeigt werden.

Schwebungen

Die Schüler sollen eine Stereodatei erstellen mit einem Sinuston konstanter Frequenz ($f = 440\text{Hz}$) auf einem Kanal und einem zeitlich ansteigender Frequenz ($400\text{ Hz} < f < 480\text{ Hz}$) auf dem anderen Kanal. Spielen sie diese Audiodatei mit einem Stereokopfhörer ab, ist keine Schwebung hörbar, da jedes Ohr nur einen einzelnen Ton empfängt. Beim Abspielen der Audiodatei über die externen Lautsprecher bzw. der Konvertierung in den Abspielmodus

Mono überlagern sich beide Frequenzen in jedem einzelnen Ohr und in einem begrenzten Frequenzbereich ist eine Schwebung zu hören, deren Frequenz dem Frequenzunterschied der beiden überlagerten Schwingungen entspricht (siehe Abbildung 15).

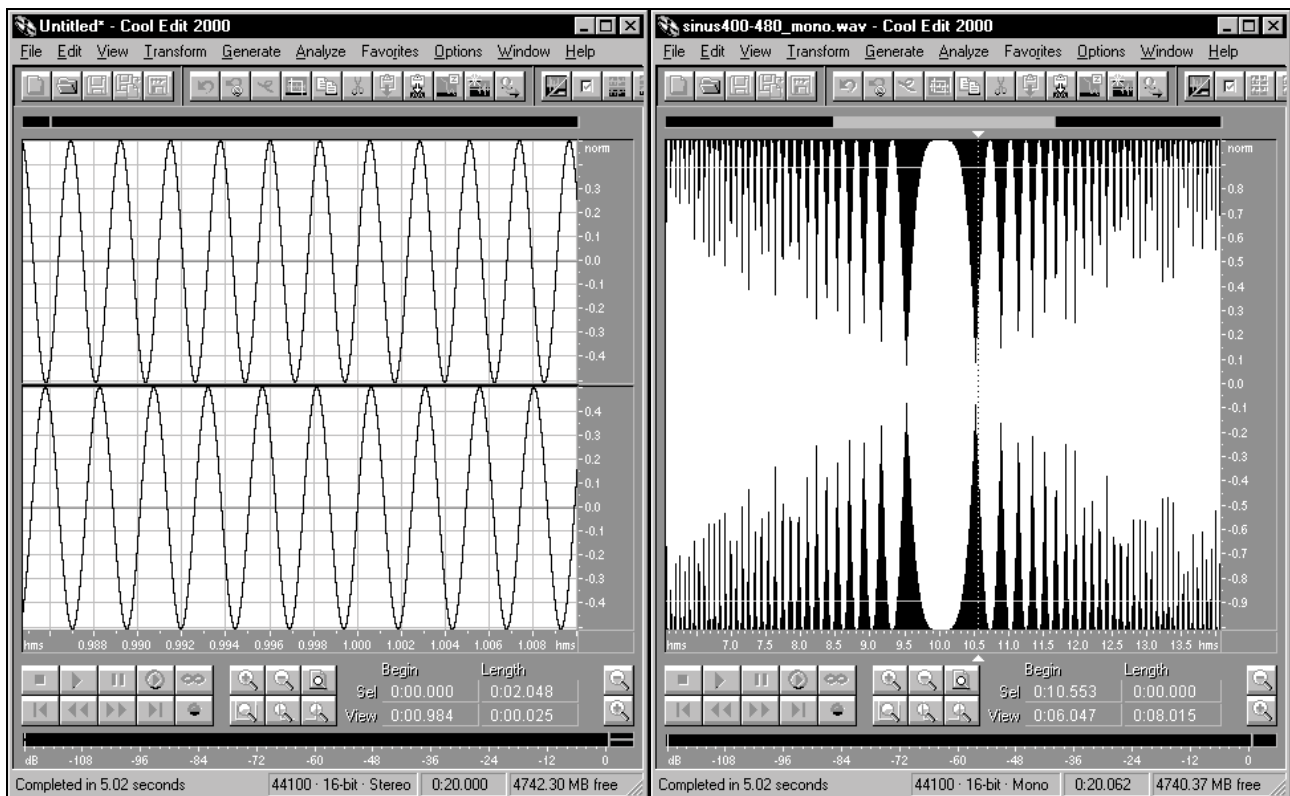


Abbildung 15: Wellenformen der einzelnen Sinusschwingungen (Stereo, links) und deren Überlagerung (Mono, rechts). Man beachte jedoch die unterschiedlichen Zeitskalen der Wellenzüge! Die Änderung der Schwebungsfrequenz (rechts) resultiert aus dem kontinuierlichen Ansteigen einer Frequenz gegenüber der Konstanz der andern.

Kombinationstöne / Grenzen des Superpositionsprinzips

Die Audiodatei dieser Aufgabe ist völlig analog zur vorangegangenen aufgebaut. Lediglich der Frequenzbereich, den der variable Sinuston überstreicht, ist nun deutlich größer ($200\text{ Hz} < f < 800\text{ Hz}$). Beim Abspielen des Klangbeispiels (Mono) in hinreichender Lautstärke können die Schüler deutlich zusätzliche Frequenzen $f_{\text{komb}} = m f_1 \pm n f_2$ wahrnehmen. Diese sogenannten Kombinationstöne resultieren aus der Wechselwirkung der einzelnen Wellen im Innenohr, welche wiederum im nichtlinearen Verhalten der Innenohrflüssigkeit gründet.

Residuumstöne / Fehlender Grundton

Die Rekonstruktion des "fehlenden Grundtones" aus dem Frequenzabstand der Obertöne wird an drei Klangbeispielen demonstriert:

- Eines Klages, bestehend aus drei Oberschwingungen mit $f_1 = 2000\text{ Hz}$, $f_2 = 2100\text{ Hz}$ und $f_3 = 2200\text{ Hz}$. Der gegenseitige Frequenzabstand $\Delta f = (f_3 - f_2) = (f_2 - f_1) = 100\text{ Hz}$ wird vom Hörsinn als Grundton interpretiert, die drei Frequenzen somit als 20., 21. und 22. Harmonische.
- Drei synthetische Klänge (Sinus, Rechteck mit Grundton, Rechteck ohne Grundton) folgen direkt aufeinander. Die Tonhöhe wird während des Abspielens als konstant empfunden, obwohl beim letzten Rechteckklang der Grundton fehlt.
- Vier Obertöne, deren Frequenzen (im kHz-Bereich) so ansteigen, daß ihr gegenseitiger Frequenzabstand zeitlich abnimmt ($300\text{ Hz} > f > 0\text{ Hz}$), führen zur Wahrnehmung eines entsprechend fallenden Grundtones.

Die technische Relevanz dieses psycho-physikalischen Phänomens wird an Hand einer "klingenden Glückwunschkarte" demonstriert. Die hier verpackten Piezo-Lautsprecher können nur Töne mit einer Frequenz oberhalb von $f > 2000 \text{ Hz}$ mit hörbarer Lautstärke abgeben, für tiefere Töne sind sie ungeeignet. Trotzdem werden nur Töne der ein- und zweigestrichenen Tonleiter (d.h. $250 \text{ Hz} < f < 1000 \text{ Hz}$) wahrgenommen. Die Schüler können sich davon durch das Abspielen und die Analyse eines entsprechenden Tonbeispiels überzeugen.

Shepard-Effekt: Endlos steigende Tonfolgen

Den Abschluß dieser Unterrichtsstunde und damit der gesamten Unterrichtseinheit bildet die bekannte Shepard-Tonleiter [Hof86]. Durch die Änderung der Lautstärke der Frequenzkomponenten am unteren und oberen Ende des Klangspektrums einer aufsteigenden "Ton"-leiter kann diese physikalisch geschlossen werden, d.h. die Frequenzverteilung am Ende der "Ton"-folge ist identisch mit der am Anfang. Bei nahtloser Wiederholung der Sequenz entsteht der Ausdruck einer unendlich steigenden Tonleiter. Ausführlichere Informationen hierzu finden sich auf dem Arbeitsblatt "Akustische Täuschungen" (Kap. A.2). Durch die Möglichkeit der Echtzeit-Analyse während des Abspielens kann man sich von der physikalischen Ursache dieser akustischen Täuschung eindrucksvoll überzeugen.

Beurteilung des tatsächlichen Stundenverlauf

- Auch in dieser Stunde, der letzten Unterrichtsstunde vor den Sommerferien, war nur mehr die Hälfte der Klasse, d.h. sieben Schüler anwesend. Als letzte Stunde vor den Ferien sollten die einzelnen Beispiele hauptsächlich als Lehrervortrag mit entsprechenden Klangbeispielen vorgeführt werden. Die Kombinationstöne mußten die Schüler jedoch (aufgrund der notwendigen Lautstärke der Klangabfolge) an ihrem eigenen Computer-Arbeitsplatz wahrnehmen.
- Begonnen wurde nicht – wie ursprünglich geplant – mit der Schwebungserscheinung. Diese kennen die Schüler mittlerweile aus mehreren Versuchen und am Anfang der Stunde sollte nicht der Verdacht der "ewigen Wiederkehr" und damit eine Demotivierung eintreten.
- Als motivierendes Eingangsbeispiel wurde deshalb die Shepard-Tonleiter vorgeführt. Nachdem der Effekt (endlos ansteigende Tonfolge) erkannt war, wurde mit Hilfe der Echtzeitanalyse die Zusammensetzung der Partialtöne untersucht (Beamer). Dabei mußte kurz die physikalische Frequenzverdopplung bei musikalischer Oktavierung angesprochen werden.
- Nach diesem beeindruckenden Klangbeispiel wurde deutlich gemacht, daß die Schwebungserscheinung zwar häufig verwendet und gedeutet wurde, aber bislang noch nicht verstanden ist. Die Frage nach dem Verständnis dieser von der physikalischen Realität abweichenden Wahrnehmung führt zwangsläufig zum physiologischen Aufbau des Ohres, welcher relativ kurz und knapp behandelt wurde. Auf die Ortstheorie des Hörens, d.h. die Abbildung der Frequenzen auf örtliche Bereiche der Basilarmembran und die Mustererkennung durch das Gehirn wurde näher eingegangen (vgl. Folien "Aufbau des menschlichen Ohres" und "Ortstheorie des Hörens", Kap. A.1, Nr. 12 und 13).
- Nach der Vermittlung der physiologischen Grundlagen der akustischen Wahrnehmung wurde den Schülern daraufhin mit den drei Beispielen der Residuums- oder Resttöne der Einfluß des Gehirns (d.h. des neurologischen Wahrnehmungsapparates) demonstriert. Besonders instruktiv ist dabei der Vergleich der meßbaren Frequenzen, d.h. der physikalischen "Realität", mit der sinnlich wahrgenommenen Tonhöhe, d.h. der menschlichen "Empfindung".
- Zum Schluß wurden die Schüler nochmals darauf hingewiesen, daß die Existenz eines linearen Kraftgesetzes die Vorbedingung ist für harmonische Schwingungen und für die Fouriersynthese als Anwendung des Superpositionsprinzips. Als Übertragungsmedium, welches diese Vorbedingung nur näherungsweise erfüllt, wurde die Innenohrflüssigkeit angeführt und auf die Kombinationstöne (Arbeitsblatt 3: "Akustische Täuschungen, Kap. A.2) hingewiesen.
- Den Rest der Stunde konnten die Schüler nutzen, die vorgeführten Hörbeispiele am eigenen Computer nachzuvollziehen und zu analysieren.

3 Schlussbetrachtung: Analyse und Ausblick

3.1 Resonanz der Schüler

Leider hatten nur zwei der bis zur letzten Stunde⁸ verbliebenen sieben Schüler den in der vorletzten Stunde ausgeteilten Fragebogen (Kap. A.2, Nr. 4) in der letzten Stunde auch abgegeben. Aus diesen beiden sehr detaillierten Rückmeldungen und den Gesprächen am Ende und während der Arbeitsphasen läßt sich jedoch schließen, daß die meisten Schüler das behandelte Themengebiet außerordentlich interessant fanden. Eine weitere durchgängig geäußerte Meinung war die Kritik, daß für die gebotene Stofffülle zu wenig Zeit zur Verfügung stand. Die Schüler wünschten sich deutlich mehr Zeit zur Bearbeitung der Arbeitsaufträge am Computer und insgesamt mehr Unterrichtsstunden für eine ausführlichere und detailliertere Behandlung der angebotenen Themen.

Kritik der Unterrichtsstunden

Besonders eindrucksvoll und verständlich empfanden die Schüler die Behandlung stehender Längs- bzw. Schallwellen an Hand des Kundt'schen Rohres (Kap. 2.4.2 und 2.4.3). Die auftretenden Strukturen und Modellvorstellungen wurden – ihrer Meinung nach – angemessen und detailliert vermittelt. Die Behandlung stehender Querwellen (Kap. 2.3.1) war jedoch für einige Schüler zu schnell und zu umfangreich für eine einzelne Unterrichtsstunde.

Die gemeinsame Synthese der Rechteckschwingung mit Hilfe des grafikfähigen Taschenrechners (Kap. 2.3.2) wurde als sehr anschaulich und verständlich gelobt. Rückblickend läßt sich auch aus Lehrersicht betonen, daß der Einsatz des grafikfähigen Taschenrechners besonders motivierend auf die Schüler wirkt. Als zu kurz und anspruchsvoll empfanden nahezu alle Schüler die Vorstellung der möglichen Anregungsmechanismen und die Einführung in die menschliche Stimme (Kap. 2.5.1). Auch hier fanden die Schüler das Thema zu interessant, um in einer einzigen Stunde "abgehandelt" zu werden.

Als besonders herausforderndes und schwer verständliches Thema stellte sich der Resonanzbegriff (Kap. 2.4.1) heraus. Die Schüler erkennen die zentrale Bedeutung und die Faszination des Phänomens und empfinden ihr mangelndes Verständnis deshalb als besonders gravierend. Diesem läßt sich – meiner Meinung nach – jedoch nur durch eine entsprechend eingehende Behandlung der erzwungenen Schwingung (Pohl'sches Drehpendel) begegnen.

Kritik der Arbeitsphasen am Computer

Wie schon oben erwähnt, war auch hier die mangelnde Zeit der von allen Schülern gleichermaßen geäußerte Kritikpunkt. Die Einarbeitung in die Fouriersynthese (Kap. 2.3.3) und die Klanganalyse (Kap. 2.5.2), d.h. die jeweils ersten Stunden der zweistündigen Arbeitsphasen wurden hierbei noch als angemessen empfunden, die beiden weiterführenden Stunden (Kap. 2.3.4 und 2.5.3) jedoch als zu umfangreich und zu anspruchsvoll kritisiert. Dabei muß nochmals betont werden, daß die Arbeitsaufträge bewußt so gestaltet waren, daß Schwierigkeitsgrad und Arbeitsaufwand sukzessive ansteigen. Wie schon in Kap. 1.2.3. erwähnt, sollte mit den ersten Aufgaben der Lehrstoff der Unterrichtsstunden durch deren praktische Anwendung vertieft werden, die weiteren Aufgaben jedoch als Herausforderung und Anregung zum selbstständigen Weiterarbeiten dienen bzw. aufgefaßt werden. Zudem müssen Arbeitsaufträge für selbstständige Unterrichtsphasen eine gewisse Differenzierung aufweisen, um dem unterschiedlichen Leistungs- und Verständnisniveau der Schüler gerecht zu werden. Daß das Angebot zum Selbststudium durchaus angenommen wurde, zeigt das Interesse von sieben Schülern an einer begleitenden CD-Rom und die Zugriffsstatistik während der Sommerferien auf das begleitende Unterrichtsskript⁹.

⁸ Die letzte Unterrichtsstunde dieser Unterrichtseinheit war nicht nur die letzte Physikstunde, sondern auch die definitiv letzte Unterrichtsstunde der Schüler in diesem Schuljahr. Die geringe Beteiligung der Schüler in den letzten beiden Stunden läßt sich sicher auch darauf zurückführen.

⁹ Den Schülern wurde in der letzten Stunde angeboten, das Unterrichtsskript zum Nach- bzw. Weiterlesen auf meinen privaten Webseiten abzulegen. Während der Ferien wurde das komplette Skript (2,8 MB) insgesamt elf Mal abgerufen.

Die Bedienung der Software stellte für keine/n der Schülerinnen und Schüler, die durchgehend anwesend waren, eine Schwierigkeit dar. Daß die Anwendungen der Fourieranalyse in der zweiten Arbeitsphase (Kap. 2.5.2 und 2.5.3) für die drei Schüler, die an der entsprechenden Einführungsstunde (Kap. 2.3.4) nicht teilgenommen hatten, nicht selbstständig zu lösen waren, ist nur zu gut verständlich. Sowohl das Thema als auch die Bedienung der entsprechenden Programmfunktionen waren ihnen unbekannt. Rückblickend gesehen wäre es hier vielleicht angemessener gewesen, diesen Schülern zunächst die vollständige Bearbeitung des ersten Arbeitsblattes zu empfehlen.

3.2 Beurteilung aus der Sicht des Lehrers

Zeitungsfang und Zeitpunkt vor den Ferien

Die Bewertung der einzelnen Unterrichtsstunden durch die Schüler deckt sich weitgehend mit meiner eigenen Beurteilung: Der Stoffumfang war zu umfangreich für die zur Verfügung stehende Zeit! Aus meiner Sicht bezieht sich diese Einschätzung jedoch hauptsächlich auf die Stoffvermittlung während der konventionellen Unterrichtsstunden. Der durch den Beginn der Sommerferien definitiv begrenzte Zeitrahmen führte dazu, daß eine ursprünglich geplante Unterrichtsstunde (Saitenanregung / Gezupfte und gestrichene Saiten) wegfallen mußte. Das geplante Zeitschema mit dem intendierten Wechsel zwischen Unterrichtsstunden und Arbeitsphasen ließ zudem wenig Spielraum: einerseits einer ausführlicheren Behandlung, andererseits einer Einschränkung der angesprochenen Unterrichtsthemen. Die Arbeitsblätter jedoch waren – wie schon erwähnt – so konzipiert, daß die einzelnen Schüler je nach persönlichem Leistungsstand unterschiedlich viel bearbeiten konnten. Aufgaben, welche der Anwendung bekannten Lehrstoffs (Fouriersynthese, Partialtöne, Randbedingungen) bzw. der Erarbeitung neuen Lehrstoffs (Fourieranalyse, Einschwing- und Abklingvorgänge) dienten, wurden an den Anfang der Arbeitsblätter gestellt und somit auch von allen Schülern bearbeitet.

Besonders negativ bemerkbar machte sich der Zeitpunkt der Unterrichtseinheit, was die Präsenz der Schüler betraf. So fehlten in der zweiten Unterrichtswoche drei Schüler aufgrund einer außerunterrichtlichen Veranstaltung in insgesamt drei Unterrichtsstunden (10.07. und 11.07.). Ihnen fiel es dadurch sichtlich schwer, das folgende Arbeitsblatt zu bearbeiten. Ob ihr Fehlen in den folgenden, den letzten beiden Unterrichtsstunden (18.07. und 22.07.) auf diese Schwierigkeiten zurückzuführen ist oder auf den nahen Beginn der Ferien, kann nur vermutet werden. In diesen letzten beiden Unterrichtsstunden war leider nur noch die Hälfte der Schüler anwesend.

Einsatz des Computers

Die Unterrichtseinheit machte deutlich, daß der Computer die schon in Kap. 1.2.2 angesprochene Erwartung voll und ganz erfüllt, nämlich *"daß er komplexe und schwer zu lösende mathematische Modelle zugänglich macht und somit den physikalischen Sachverhalt deutlich hervorhebt und in den Mittelpunkt des Unterrichts stellt, anstatt ihn durch einen Formelwust zu verschütten."* [MNU02]. Es erscheint mir schwer vorstellbar, die anspruchsvolle, aber andererseits so mächtige Methode der Fourieranalyse auf eine andere, gleichermaßen einfache, intuitive und vielseitige Art und Weise den Schülern nahezubringen als mit Hilfe des Computers (und der Soundkarte).

Die Schüler hatten die physikalische Grundidee der Fourieranalyse am Ende der Unterrichtseinheit sehr wohl erfaßt. Sie argumentierten mit Obertönen, Harmonischen und Klangspektren. Sie konnten die Unterschiede in den Frequenzspektren sehen und "hören", ohne sich durch den mathematischen Formalismus "kämpfen" zu müssen. Gleichwohl hatten sie sich auch dessen Grundzüge durch die Synthese bewußt gemacht. So konnten die Schüler die Mathematik als Hilfsmittel nutzen, ohne sich detailliert mit ihr auseinandersetzen zu müssen.

Die ansprechende visuelle und akustische Aufbereitung der Daten, die Computer und Soundkarte bieten, motivierte die Schüler zusätzlich und regt sie zu einer Beschäftigung mit dem Unterrichtsthema über die Schulstunden hinaus an. So wurde die angebotene CD-Rom (mit der Testversion des Programms sowie einer großen Sammlung von Klangbeispielen) von sieben Teilnehmern des Kurses gewünscht. Das auf meiner privaten Website zur Verfügung gestellte Skript mit weitergehenden Informationen und angrenzenden Themengebieten (siehe folgendes Kapitel), wurde von den Schülern während der Sommerferien insgesamt elfmal komplett heruntergeladen.

Besonders hervorheben möchte ich aber einen wesentlichen Vorteil des Computereinsatzes, der wegen der Fokussierung auf fachliche Aspekte meist wenig Beachtung findet: Der direkte Kontakt zum einzelnen Schüler und die gemeinsame Problemlösung am Computer bieten dem Lehrer die Möglichkeit, auf spezielle Verständnisprobleme gezielt eingehen zu können. Ihm fällt hierbei eine völlig andere Rolle zu: Er tritt für die Schüler nicht mehr als "Lehrender" in Erscheinung, sondern als "Hilfeleistender", der dem Schüler dann zur Seite steht, wenn dieser ihn zur Lösung der eigenen anstehenden Probleme benötigt.

Ergebnissicherung

Der zeitliche und methodische Wechsel zwischen Phasen der Einzelarbeit und Unterrichtsstunden zieht jedoch automatisch die Frage der geeigneten Ergebnissicherung nach sich, sowohl was Zeitpunkt als auch Ausmaß betrifft. Die konzentrierte Eigenarbeit der Schüler vorzeitig abubrechen, um die Ergebnissicherung unmittelbar am Ende der einzelnen Stunde durchzuführen, würde den ohnehin schon beschränkten Zeitrahmen weiter verkürzen und birgt zudem die Gefahr, die Schüler zu demotivieren, wenn ihnen bewußt ist, daß am Ende der Stunde die "Auflösung" erfolgt. Die Ergebnissicherung an den Anfang der folgenden Unterrichtsphase zu legen, widerspricht dem wünschenswerten thematischen Neubeginn einer Unterrichtsstunde und verkürzt zudem deren Zeitrahmen. Im vorliegenden Fall wurde versucht, erst am Ende beider Stunden einer Arbeitsphase eine kurze Ergebnissicherung durchzuführen.

Deren Gestaltung wirft weitere Fragen auf. Wird versucht – wie im vorliegenden Fall – die einzelnen Verständnisfragen der Arbeitsblätter systematisch zu beantworten, so birgt dies das Risiko, daß die Arbeitsphase zu einem reinen "Frage - Antwort" -Spiel verkommt. Dies wird jedoch der Intention bei weitem nicht gerecht. Die Arbeitsphase soll den Schülern die eigene Erfahrung des Lehrstoffes ermöglichen, und dies auf spielerische, intuitive Weise. Dabei treten viele, individuell unterschiedliche Frage- und Problemstellungen, Verständnisschwierigkeiten, Modellvorstellungen und Ideen auf, die es wert wären, mit der gesamten Klasse diskutiert zu werden und nicht nur im Einzelgespräch mit dem Lehrer.

Wünschenswert wäre es deshalb, eine eigene Unterrichtsstunde für die Besprechung zu reservieren. Steht jedoch nur ein äußerst begrenzter Zeitrahmen zur Verfügung, so stellt sich für den Lehrer die Frage, welche Anregungen und Probleme einzelner Schüler er aufgreift und den anderen zur Diskussion stellt, damit aber eventuell Probleme weckt, die sich für diese Schüler so nicht gestellt hätten.

Unterrichtsmethode

Die Frage der geeigneten Ergebnissicherung hätte sich bei Wahl einer anderen Unterrichtsmethode nicht im gleichem Maße gestellt. So ist bei den mehr schülerzentrierten Methoden der Projekt- oder Gruppenarbeit die Ergebnissicherung durch eine eigene Präsentationsphase sichergestellt und wird zudem von den Schülern selbst organisiert. Das vorliegende Thema der Anwendung der Schwingungslehre auf musikalische Bereiche bietet sich zudem in nahezu idealer Weise für Projekt- oder Gruppenarbeit an. Da jedoch nach Wahl des Themas und noch vor Beginn der Unterrichtseinheit ein dermaßen gestalteter Projektunterricht [Bra03] bekannt wurde, wurde nach einer anderen passenden Unterrichtsmethode gesucht.

3.3 Ausblick: Weitere Themenbereiche / Andere Unterrichtsformen

Einbeziehung weiterer Themenbereiche

Der besprochene Themenkomplex bietet – wie bereits in Kap. 1.1.2 erwähnt – vielfältige Möglichkeiten zu fächerverbindendem oder fächerübergreifendem Unterricht. Beispielhaft soll im folgenden nur auf zwei dieser Themenbereiche hingewiesen werden, welche geeignet sind, den Schülern ungewohnte, aber interessante Blicke auf die Physik und deren Universalität zu bieten.

Harmonielehre (Konsonanz, Dissonanz)

Ein lohnendes Thema im Schnittbereich zwischen Physik, Musik und Mathematik wäre hierbei die Behandlung der Harmonielehre. Da die Konsonanz d.h. das "Zusammenklingen" mehrerer Klänge in dem "Zusammenfallen" der jeweiligen Obertöne begründet liegt, würde sich dieser Themenbereich als natürliche Erweiterung nahtlos an die in dieser Arbeit beschriebene Behandlung einzelner Klänge und ihrer Klangspektren anschließen.

Aufbauend auf die konsonanten Tonintervalle Oktav, Quint und Quart kann man einen historisch fundierten Einblick in die verschiedenen Tonleistersysteme geben und deren Einfluß auch auf die Entwicklung physikalischer Modelle (Kepler, Atom- und Quantenphysik) zeigen. Man eröffnet den Schülern damit ein Bild von der Physik als historisch gewachsener (und weiter anhaltender) Suche nach einer Beschreibungsweise der Natur, die menschlichen Harmoniebedürfnissen gerecht wird: die Physik als "Spiegel des Menschen" in der Natur.

Psychophysik

Über den Zusammenhang zwischen musikalischen Tonintervallen und den Frequenzverhältnissen der entsprechenden Tonhöhen gelangt man gleitend in den nächsten Grenzbereich, den Bereich zwischen objektiv meßbaren Reizgrößen und subjektiv wahrgenommener Reizempfindung: die Psychophysik.

Die exemplarische Herleitung bzw. Demonstration des Weber-Fechner-Gesetzes an den akustischen Reizgrößen Frequenz und Amplitude und den ihnen zugeordneten Empfindungsgrößen Tonhöhe und Lautstärke fördert die Einsicht der Schüler in der Notwendigkeit, zwischen "objektiv" meßbarer Realität und "subjektiver" Beobachtung zu unterscheiden und erhellt den manchen Schülern verborgenen Sinn logarithmischer Empfindungsskalen.

Anwendung anderer Unterrichtsformen

Abschließend darf mit Recht behauptet werden, daß das fachliche Ziel weitgehend erreicht wurde: Den Schülern die Grundbegriffe, Modellvorstellungen und Methoden der Schwingungslehre durch deren Anwendung auf musikalische Aspekte zu veranschaulichen, diese damit zu festigen und zu vertiefen. Methodisch wäre jedoch eine stärkere Einbeziehung bzw. Verwendung gruppenspezifischer Arbeitsweisen wünschenswert, welche den Schülern über das fachliche Ziel hinaus die Organisation von Teamarbeit, das zielgerichtete, selbstständige Arbeiten, sowie das Ausformulieren und Vermitteln der in den einzelnen Gruppen/Teams gewonnenen Erkenntnisse einüben lassen.

Besonders lohnenswert und durch das Thema in idealer Weise möglich (vgl. oben und Kap. 1.1.2) wäre die Ausweitung des vorliegenden Unterrichtsversuchs zu einem mehrwöchigen, fächerübergreifenden Projekt. Dabei könnte das Ineinandergreifen der verschiedenen fachlichen Disziplinen, aber auch deren unterschiedliche Perspektiven, Herangehensweisen und Methoden exemplarisch demonstriert werden. Auch eine Arbeitsgemeinschaft "Akustik" könnte einen geeigneten Rahmen bieten, die vielfältigen Aspekte zu verfolgen. So könnten hier z.B. neuartige Musikinstrumente entworfen und optimiert, Verstärker und Lautsprecher gebaut werden. Es könnte ein schuleigenes Tonstudio, "Klangwerkstätten" oder "Gänge der Sinne" entstehen. Die Raumakustik der Klassenzimmer könnte durch Schallmess- und Schalldämmungstechnik überprüft und verbessert werden. Im Vordergrund sollte dabei immer die praktische Anwendung und Nutzung des Lehrstoffs stehen. Daß dies entscheidend zum Verständnis und zur Festigung der erworbenen Kenntnisse beiträgt, wurde durch den vorliegenden Unterrichtsversuch eindrucksvoll bestätigt.

4 Literaturverzeichnis

- [Ade87] Wolfgang Adelung, Einführung in den Orgelbau, Breitkopf & Härtel, Wiesbaden, 1987
- [Apo99] Martin Apolin, Wellenpuzzle, Kapitel 3: Der Ton macht die Physik, ÖBV & HPT Verlags GmbH & Co. KG, Wien, 1999
- [Ber74] Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd.1, Mechanik, Akustik, Wärmelehre, De Gruyter, Berlin 1974
- [Bac92] Wolfgang Bachmann, Signalanalyse, Hrsg. W. Schneider, Vieweg, 1992
- [BPKS01] Bildungsplan für die Kursstufe des Gymnasiums, veröffentlicht in Kultus und Unterricht, Amtsblatt des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, Lehrplanheft 3 / 2001, Stuttgart, 23. August 2001
- [Bra03] Gert Braune und Manfred Euler, Hörexperimente mit der Soundkarte, Vorstellung eines fächerübergreifenden Projektunterrichtes in einer 10. Klasse (Gymnasium), <http://www.lehrer-online.de/dyn/214.htm> bzw. <http://www.akustik.braune.org/>
- [Bri88] E. O. Brigham, The Fast Fourier Transform and its Applications, 1988
- [Coo65] J. W. Cooley and J. W. Tukey. An algorithm for the machine computation of the complex Fourier series. Mathematics of Computation, 19:297-301, Apr 1965.
- Cool Edit 2000 ®, David Johnston, Syntrillium Software Corporation, <http://www.syntrillium.com/cooledit/>
- [Dar03] Dana Darau, Die Stimme, Beitrag zum Ausbildungsseminar "Physik der Musikinstrumente", WS 2002/2003, Universität Regensburg, Fakultät für Physik, <http://homepages.uni-regensburg.de/~scu04188/PhysikMusik/>
- [Die92] Ulrich Diemer, Peter Vorwieger, Hansjörg Jodl, Akustische Signalanalyse, Physik und Didaktik 4, 1992 (286-301)
- [DoBa78] Dorn-Bader Physik, Oberstufe MS, Lehrerheft mit Aufgabenlösungen, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover, 1978
- [DoBa00] Dorn-Bader Physik, Gymnasium Sek. II, Klasse 12/13, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover, 2000
- [Gle96] Uwe Gleiß, DiTON - Ein Computerprogramm zur Erstellung von Akustik-Experimenten für den Unterricht, Zulassungsarbeit zur Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 1996
- [Gle01] Uwe Gleiß, Klänge und Geräusche - mit dem Computer herstellen und analysieren, Praxis der Naturwissenschaften 2/50, Jg. 2001
- [Göt02] Hans-Peter Götz, Papiere zur Physik-Fachsitzung, Kurs 2000-2002, Arbeitsunterlagen auf CD-Rom, Sonderausgabe für Kurs 2002-2004
- [Gro88] Gross-Berhag, Mechanische Schwingungen und Wellen, Ernst Klett Verlage GmbH und Co. KG, Stuttgart, 1988
- [Gro95] Klaus Grotz, Ein Oberstufenlehrgang zur Fourieranalyse in einem 12 LK, Schriftliche Prüfungsarbeit zur zweiten Dienstprüfung für das Lehramt an Gymnasien, Staatliches Seminar für Schulpädagogik, Tübingen, 1994
- [Hal97] Donald E. Hall, Johannes Goebel, Musikalische Akustik - Ein Handbuch, Schott, Mainz, 1997
- [HAW97] Programm zur Demonstration der Fouriersynthese spezieller Funktionen, Hochschule für angewandte Wissenschaften, Hamburg, 1997, <http://www.haw-hamburg.de/m/fachberg/physik/cassy/fourier.html>
- [Hof86] Douglas R. Hofstadter, Gödel, Escher, Bach, ein endlos geflochtenes Band, 9. Auflage, Klett-Cotta, Stuttgart, 1986
- [HwaoJ] Java-Applet zur optischen und akustischen Demonstration der Fouriersynthese, Fu-Kwun Hwang, National Taiwan Normal University, o.J., <http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html>
- [Jan02] Reiner Janke, Die Orgel - Intonation, Forschung und Erläuterungen, <http://members.aol.com/ReinerJank/>
- [Joh89] I. Johnston: Measured Tones - The Interplay of Physics and Music, Adam Hilger, Bristol and New York, 1989

- [Jor01] Materialien-Handbuch Physik: auswerten, interpretieren, üben im Kursunterricht, Band 2: Schwingungen und Wellen, Aulis-Verlag, Deubner & Co KG, Köln, 2001
- [Kad 94] Immo Kadner, Akustik in der Schulphysik, Praxis Schriftenreihe: Abt. Physik, Bd. 51, Aulis Verlag, Deubner & Co KG, Köln, 1994
- [Kre, o.J.] ars auditus, Akustik - Gehör - Psychoakustik, Martina Kremer, Bergische Universität Gesamthochschule Wuppertal, Fachbereich 13, http://www.dasp.uni-wuppertal.de/ars_auditus/
- [Kuc98] Uwe Kuckwa, Low cost Experimente mit der Soundkarte, Teil 1: Experimente aus der Akustik, Physik in der Schule 36 (1998) 2
- [Kuh89] Wilfried Kuhn, Physik - Band II, Kapitel: Mechanische Schwingungen und Wellen, Westermann Schulbuch Verlag GmbH, Braunschweig, 1989
- [Kum92] Jörg Kummer, Zur Physik des Geigenklanges, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 45/6 (1992) 330-348
- [Kun01] Bruno J. Kunz, Die Schallgeschwindigkeit mit Blasinstrumenten, Praxis der Naturwissenschaften 2/50, Jg 2001
- [Lit00] Herbert Litschke, Physik und Musik - Altes Thema und moderne Computer, Praxis der Naturwissenschaften 3/49, Jg. 2000, und <http://www.didakustik.de/>
- [Mat87] L. Mathelitsch, Physikalische Grundlagen der menschlichen Stimme, Physik und Didaktik 4 (1987) 299-316
- [Mat01] L. Mathelitsch, I. Verovnik, Stimmen - Physikalische Eigenschaften und interdisziplinäre Facetten, Praxis der Naturwissenschaften 2/50, Jg. 2001
- [MNU02] Empfehlungen zum Computer-Einsatz im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht an allgemein bildenden Schulen, Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) e.V., 2002
- [Mus99] Musica!, Die Welt der Instrumente entdecken und erleben, CD-Rom für PC und Mac, Heureka-Klett, Stuttgart, 1999
- [Pakma00] PAKMA 2000, begleitende CD zum Lehrerheft Dorn-Bader Physik 12/13, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover, 2000
- [Pie99] John R. Pierce, Klang - Musik mit den Ohren der Physik, Spektrum der Wissenschaften, Heidelberg, 1999
- [Roe77] Juan G. Roederer, Physikalische und psychoakustische Grundlagen der Musik, Übers.: F.Meyer, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1977
- [Sch94] Horst Scheu, Lernen beim Experimentieren: Praxis Schriftenreihe: Abt. Physik, Bd. 57, Aulis Verlag, Deubner & Co KG, Köln, 1994
- [Sch00] Werner B. Schneider und Helmut Dittmann, Einige Beispiele zum Einsatz des Computers im Physikunterricht, unveröffentlichtes Redemanuskript eines Vortrags einer Lehrerfortbildung in Bad Honnef am 29.06.2000, Physikalisches Institut Erlangen
- [Sch02] Programm zur Demonstration der Fouriersynthese und Fourieranalyse, Didactronic, Interaktive Elektronik-Schulungssoftware, Helmut Schaller, 2002 <http://www.didactronic.de/>
- [Sch o.J.] Stefan Scheller, Akustische Täuschungen, Der Shepard-Effekt, <http://cips02.physik.uni-bonn.de/~scheller/acoustic-illusions/main.html>
- [Ste70] S.S. Stevens, Fred Warshofsky, Schall und Gehör, Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH, Reinbek bei Hamburg, 1970
- [Sun92] Johan Sundberg, Die Singstimme, in "Die Physik der Musikinstrumente, [Win 92]
- [Tay94] C. Taylor, Der Ton macht die Musik, Übers.: Döbert, B., Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 1994
- [Win92] Die Physik der Musikinstrumente / mit einer Einführung von Klaus Winkler, Spektrum Akad. Verlag, Heidelberg, 1992
- [Win01] R. Winter, Das Ohr - ein Sinnessensor mit vielen Besonderheiten, Praxis der Naturwissenschaften 2/50, 2001

A. Anhang

A. 1. Im Unterricht verwendete Folien, Arbeits- und Merkblätter

Unterrichtsstunde 2: Fourieranalyse und Fouriersynthese (Kap.2.3.2)

1. Folie: Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830): Satz von Fourier
2. Folie: Fouriersynthese einer Rechteckschwingung (GTR)
3. Arbeitsblatt: Fouriersynthese einer Rechteckschwingung / Koordinatensystem
4. Merkblatt: Fouriersynthese einer Rechteckschwingung / Sukzessiver Aufbau
5. Folie: Fouriersynthese einer Rechteck- und Sägezahnschwingung

Unterrichtsstunde 4: Fourieranalyse / Klangspektrum / Klangfarbe (Kap.2.3.4)

6. Merkblatt: Klangfarben / Klangspektren der fundamentalen Schwingungsformen

Unterrichtsstunde 7: Randbedingungen und Eigenschwingungen (Kap.2.4.3)

7. Arbeitsblatt: Randbedingungen und Eigenschwingungen begrenzter Wellenträger (Vorlage / Lösung)

Unterrichtsstunde 8: Schwingungsanregung / Menschliche Stimme (Kap.2.5.1)

8. Merkblatt: Schwingungsanregung bei Blasinstrumenten
9. Folie: Anregung und Eigenschwingungen von Holzblasinstrumenten
10. Merkblatt: Menschliche Stimme / Vokaltrakt
11. Merkblatt: Menschliche Stimme / Formanttheorie der Vokale

Unterrichtsstunde 11: Physiologie des Ohres und Psychophysik (Kap.2.6.1)

12. Folie: Das menschliche Ohr / Innenohr
13. Folie: Ortstheorie des Hörens

A. 2. Arbeitsblätter der selbstständigen Arbeitsphasen

Unterrichtsstunde 3 und 4 (Kap. 2.3.3 und 2.3.4):

Fouriersynthese und -analyse (4 Seiten)

Unterrichtsstunde 9 und 10 (Kap. 2.5.2 und 2.5.3):

Klanganalyse (3 Seiten) und Lösungsfolie

Unterrichtsstunde 11 (Kap. 2.6.1):

Akustische Täuschungen (4 Seiten)

Frage- und Bewertungsbogen (2 Seiten)

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830):



Jede beliebige periodische Funktion lässt sich in eindeutiger Weise aus harmonischen Funktionen zusammensetzen:

$$a(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n * \sin(n\omega_1 t + \phi_n)]$$

$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [[a_n * \sin(n\omega_1 t)] + [b_n * \cos(n\omega_1 t)]]$$

Dabei ist a_0 ein fester Wert unabhängig der Kreisfrequenz ω_0 .
Die beiden **Fourierkoeffizienten** a_n und b_n (**Index n**) sind die eigentlich interessanten Bestandteile, welche anhand fest gegebener Algorithmen berechnet werden können.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

Einstellen der Fenstergröße (WINDOW)

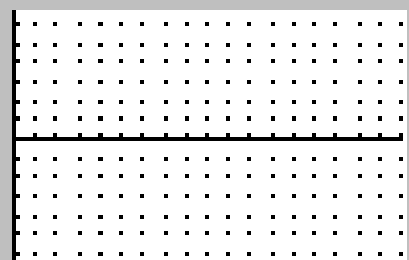
```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=3π
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=0
Yscl=0
Xres=1
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=9.4247779...
Xscl=π/6
Ymin=0
Ymax=0
Yscl=0
Xres=1
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=9.4247779...
Xscl=.52359877...
Ymin=-1.1
Ymax=1.1
Yscl=1/6
Xres=1
```

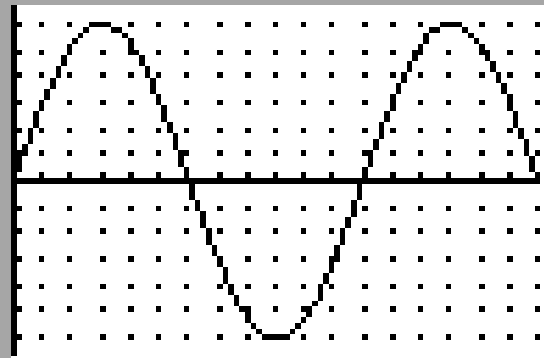
Hilfslinien einblenden:
FORMAT [2nd+ZOOM]

```
RectGC PolarGC
CoordOff CoordOff
GridOff GridOn
AxesOff AxesOff
LabelOff LabelOn
ExprOn ExprOff
```

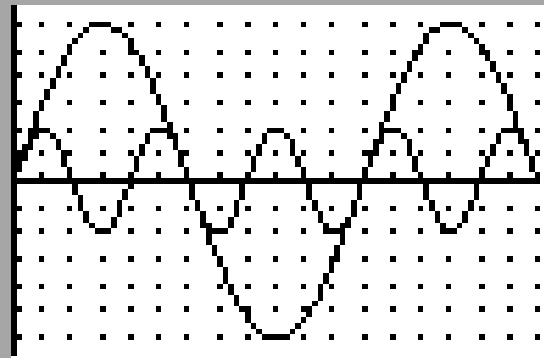


Fouriersynthese einer Rechteckschwingung (GTR)

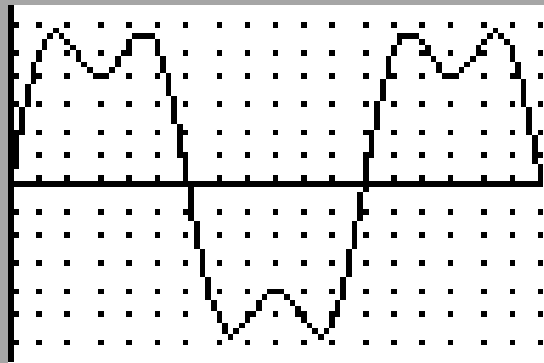
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= sin(X)
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```



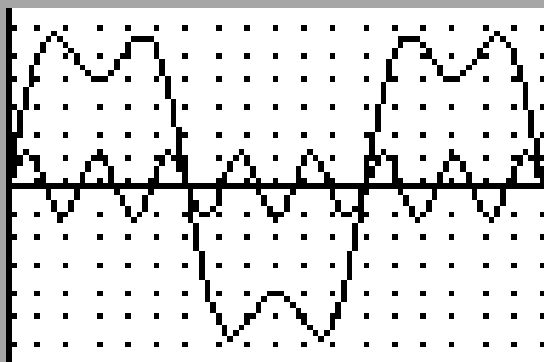
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= sin(X)
\Y2=
\Y3= sin(3X)/3
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```



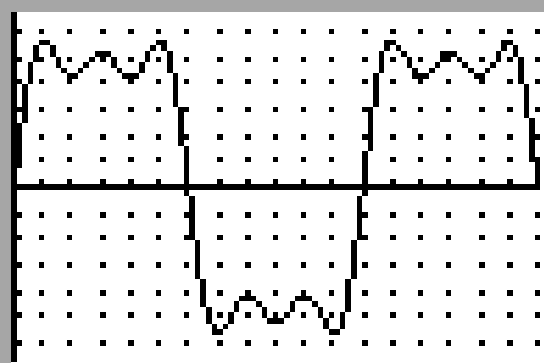
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= sin(X)
\Y2=
\Y3= sin(3X)/3
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7= Y1 + Y3
```



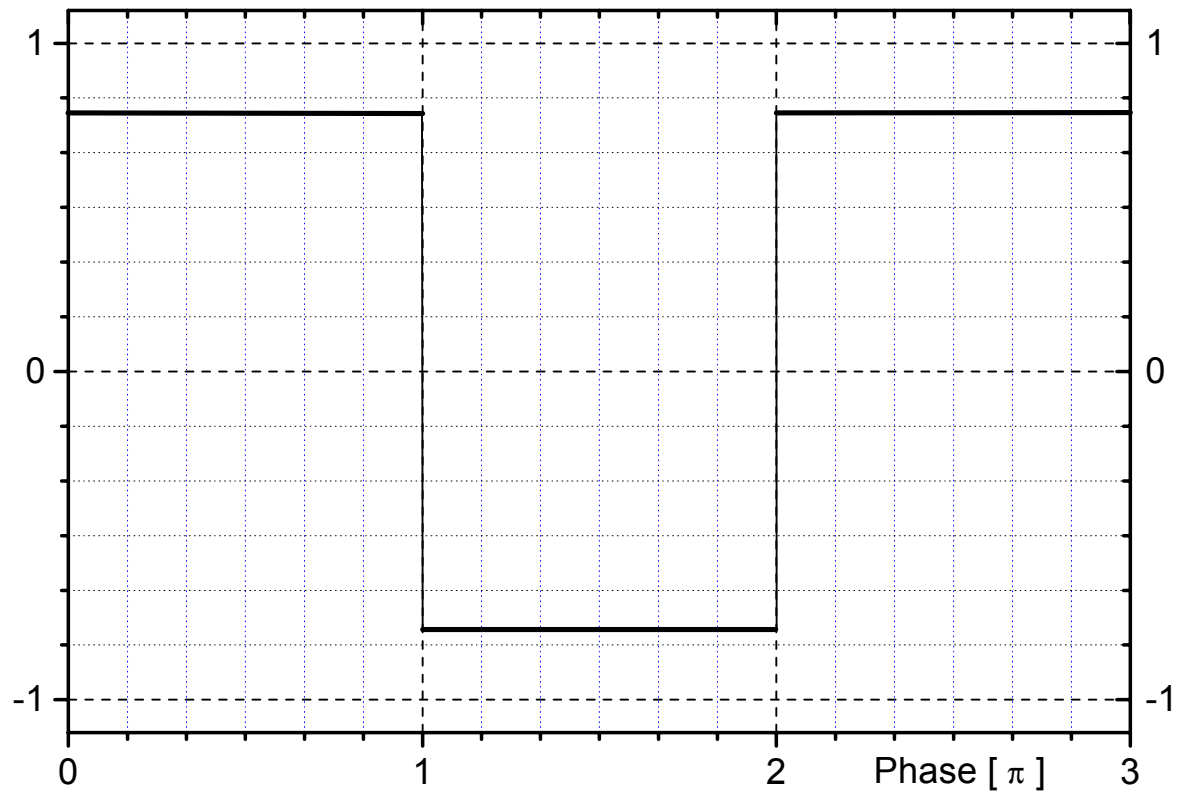
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= sin(X)
\Y2=
\Y3= sin(3X)/3
\Y4=
\Y5= sin(5X)/5
\Y6=
\Y7= Y1 + Y3
```



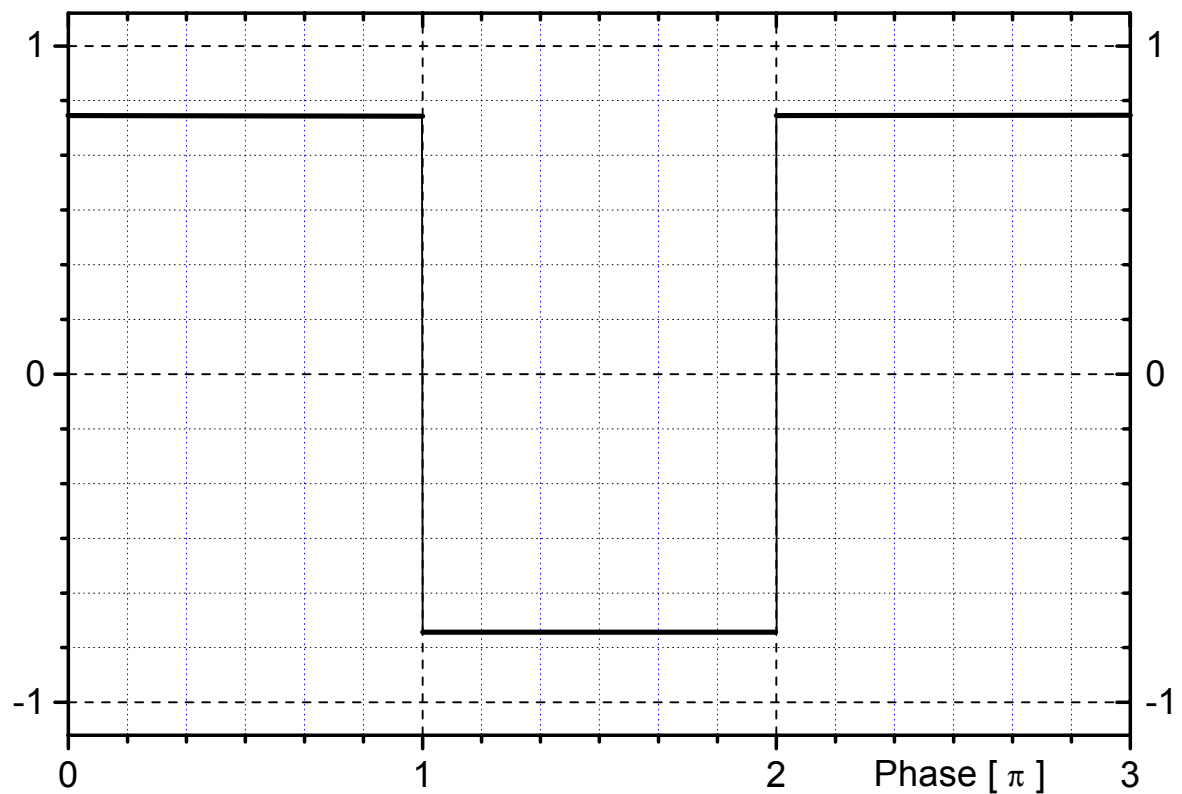
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= sin(X)
\Y2=
\Y3= sin(3X)/3
\Y4=
\Y5= sin(5X)/5
\Y6=
\Y7= Y1 + Y3 + Y5
```



Fouriersynthese einer Rechteckschwingung

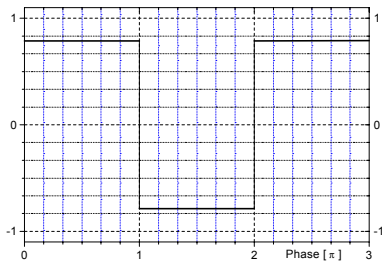


Fouriersynthese einer Rechteckschwingung

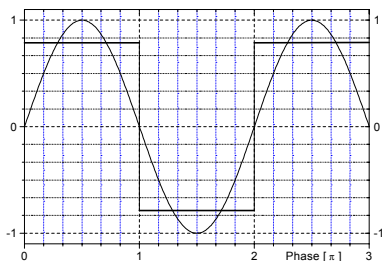


Fouriersynthese einer Rechteckschwingung

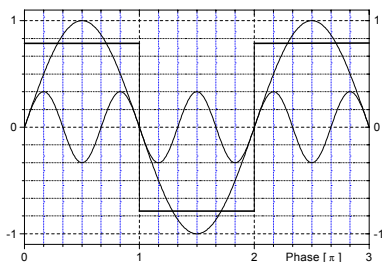
Rechteckschwingung



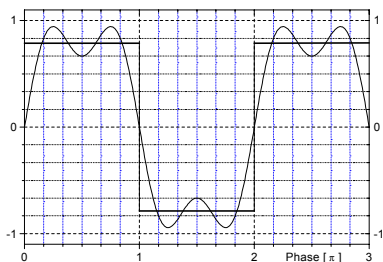
$$Y_1 = \sin(x)$$



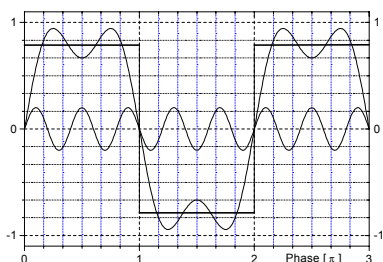
$$Y_3 = \sin(3x)/3$$



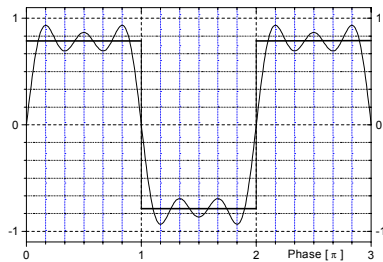
$$Y_1 + Y_3 = \sin(x) + \sin(3x)/3$$



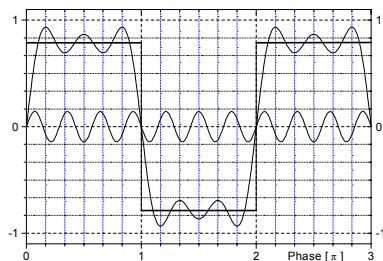
$$Y_5 = \sin(5x)/5$$



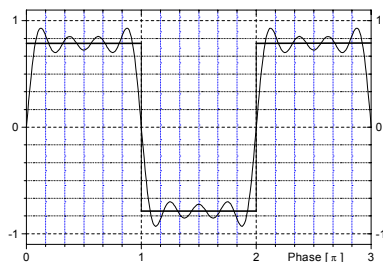
$$Y = Y_1 + Y_3 + Y_5$$



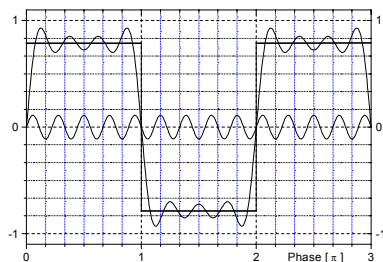
$$Y_7 = \sin(7x)/7$$



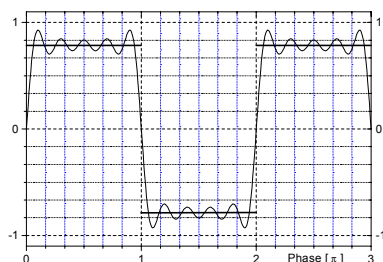
$$Y = Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7$$



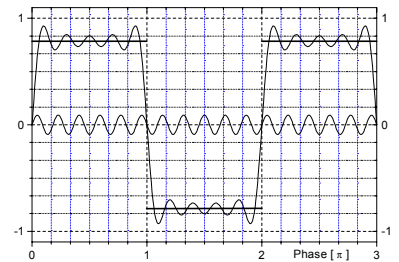
$$Y_9 = \sin(9x)/9$$



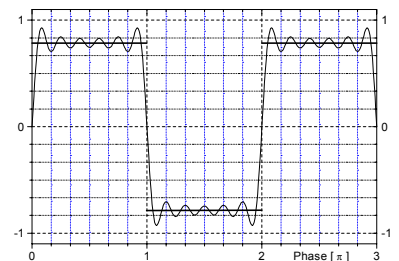
$$Y = Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7 + Y_9$$



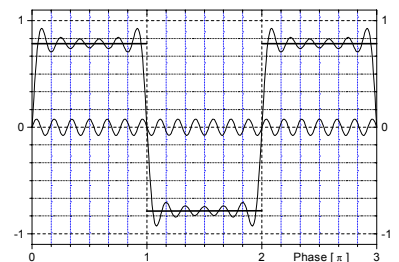
$$Y_{11} = \sin(11x)/11$$



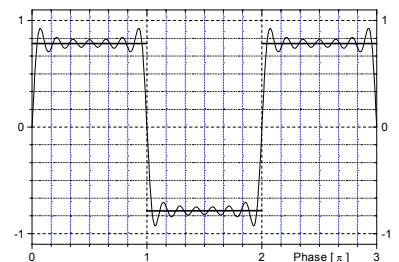
$$Y = Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7 + Y_9 + Y_{11}$$



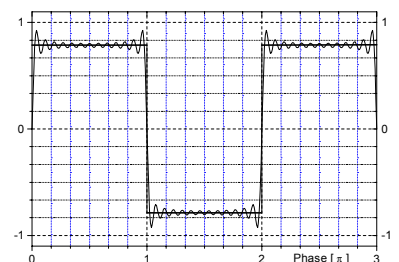
$$Y_{13} = \sin(13x)/13$$



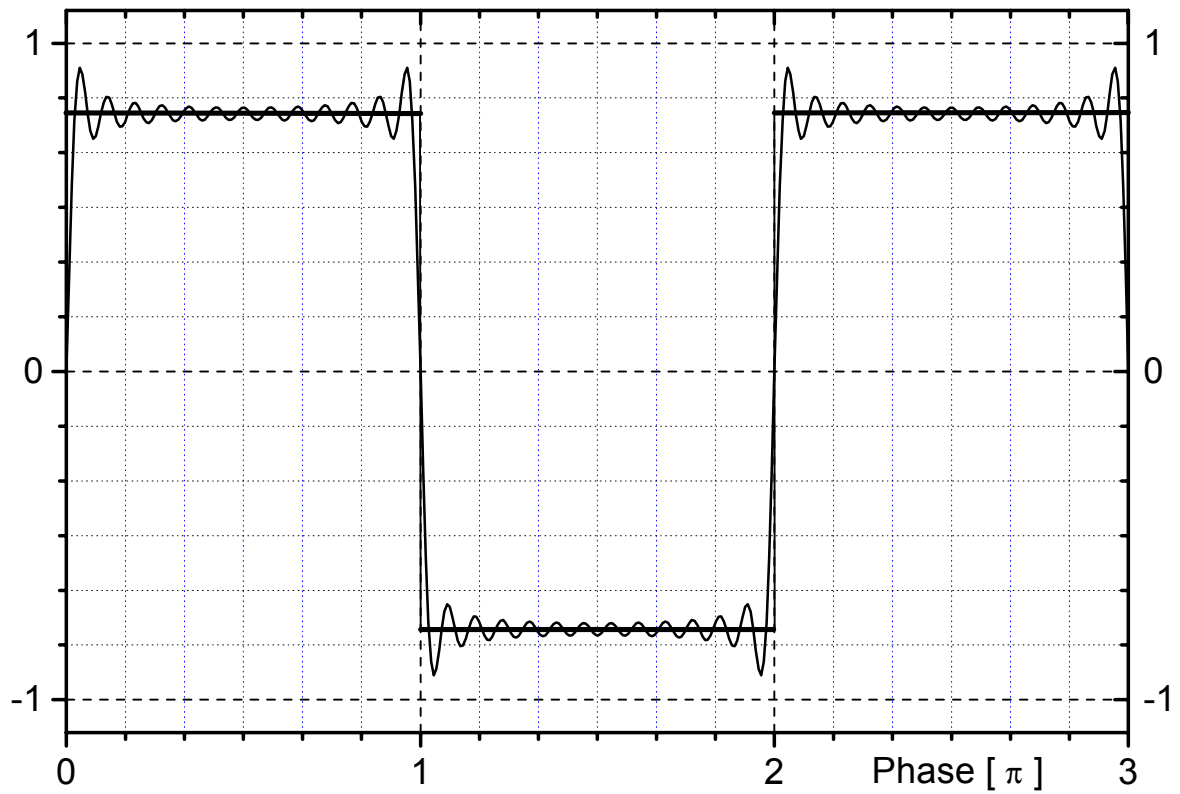
$$Y = Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7 + Y_9 + Y_{11} + Y_{13}$$



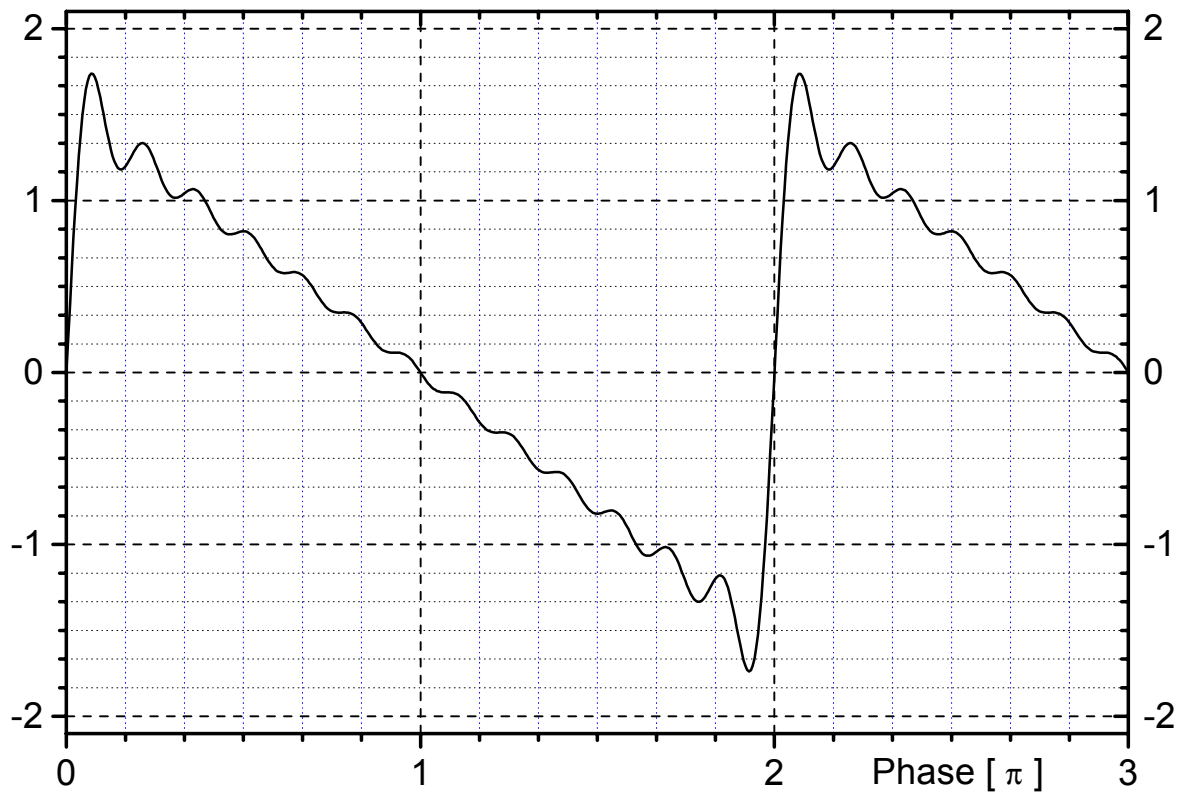
$$Y = Y_1 + Y_3 + Y_5 + \dots + Y_{35}$$



Fouriersynthese einer Rechteckschwingung



Fouriersynthese einer Sägezahnswingung



Die Randbedingungen eines Wellenträgers legen seine Eigenfrequenzen fest:

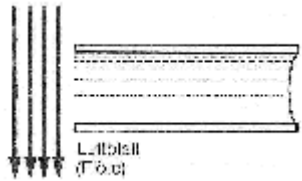
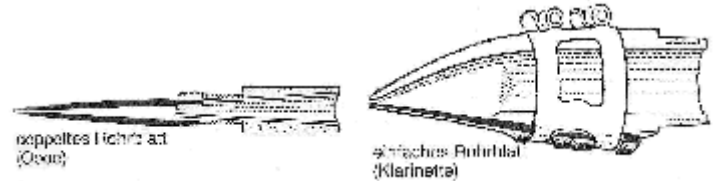
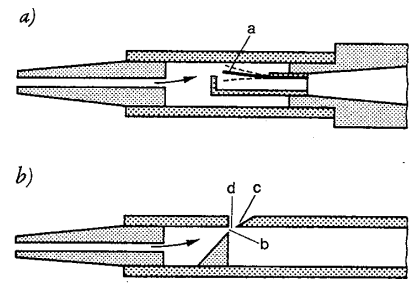
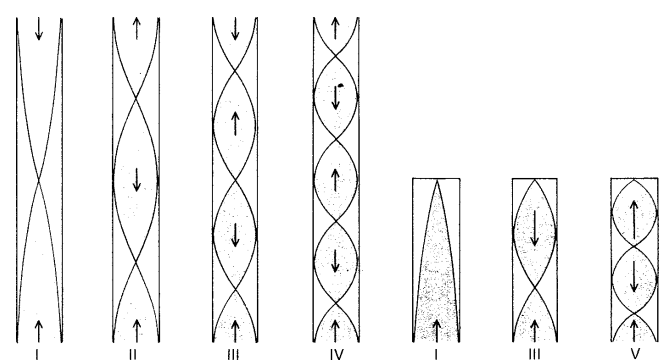
Randbedingung	Schnelle-	Druck	Phasensprung bei Reflexion
Festes bzw. geschlossenes Ende			
Freies bzw. offenes Ende			

Beidseitig begrenzter Wellenträger					
Ord.	Maximale Elongation		Länge $L(\lambda_k)$	Wellenlänge $\lambda_k (L)$	Eigenfrequenz f_k
1					
2					
3					
k	Knoten Bäuche				

Gemischte Randbedingungen (fest / frei bzw. offen / geschlossen)					
Ord.	Maximale Elongation		Länge $L(\lambda_k)$	Wellenlänge $\lambda_k (L)$	Eigenfrequenz f_k
1					
2					
3					
k	Knoten Bäuche				

Beidseitig freier bzw. offener Wellenträger					
Ord.	Maximale Elongation		Länge $L(\lambda_k)$	Wellenlänge $\lambda_k (L)$	Eigenfrequenz f_k
1					
2					
3					
k	Knoten Bäuche				

Schwingungsanregung / Blasinstrumente

Lippenpfeifen / Luftblatt		Zungenpfeifen / Lippen	
			
Beispiele: ▪ Blockflöte, ▪ Querflöte, ▪ Orgel	 a) offene Zungenpfeife b) offene Lippenpfeife a Zunge, b Spalt, c Schneide, d Maulweite.	Beispiele: ▪ Klarinette, Saxophon ▪ Oboe, Fagott, Stimme ▪ Schnarrwerk (Orgel)	
▪ Änderung der Luftgeschwindigkeit (Luftblatt bei Querflöte) ▪ Wirbelablösung an Schneide (Lippenpfeife, Blockflöte)		▪ Druckgesteuerte Oszillatoren ("Ventile") ▪ Rohrblätter / Metallzunge ▪ einfach (Klarinette, Sax) ▪ doppelt (Oboe, Fagott) ▪ Lippen des Spielers	
Randbedingungen:			
▪ Schnellebauch am Anregungsende ▪ gleiche Randbedingungen ▪ alle Obertöne, d.h. alle Vielfachen der Grundfrequenz $f_k = k (c/2L)$	▪ Druckbauch am Rohrblatt ▪ gemischte Randbedingungen ▪ nur ungeradzahlige Vielfache der Grundfrequenz $f_k = (2k-1)(c/4L)$		
Klangeindruck			
Klarer, reiner Klang		Schnarrender Klang	
Bemerkungen			
Visualisierung der Luftblattschwingungen http://members.aol.com/ReinerJank/emden.html		Offene (links) und Gedackte Pfeifen (rechts)	
Wirbelablösung in der Natur: ▪ an zylindrischen Masten oder Drähten ▪ Surren der Hochspannungsleitungen mit der Frequenz $f = 0.185 v/d$ ▪ prop. zur Windgeschwindigkeit v ▪ umgekehrt prop. Drahtdurchmesser d			
▪ Die Zunge bzw. das Rohrblatt bzw. die Lippen eines Blechblägers und die Luftsäule bilden ein gekoppeltes Resonatorsystem		Gedackte Pfeifen (Schallbecher geschlossen und damit gemischte Randbedingungen) ▪ klingen eine Oktave tiefer (d.h. halbe Frequenz) als offene Pfeifen gleicher Länge ▪ haben nur ungeradzahlige Harmonische	

Menschliche Stimme/ Vokaltrakt

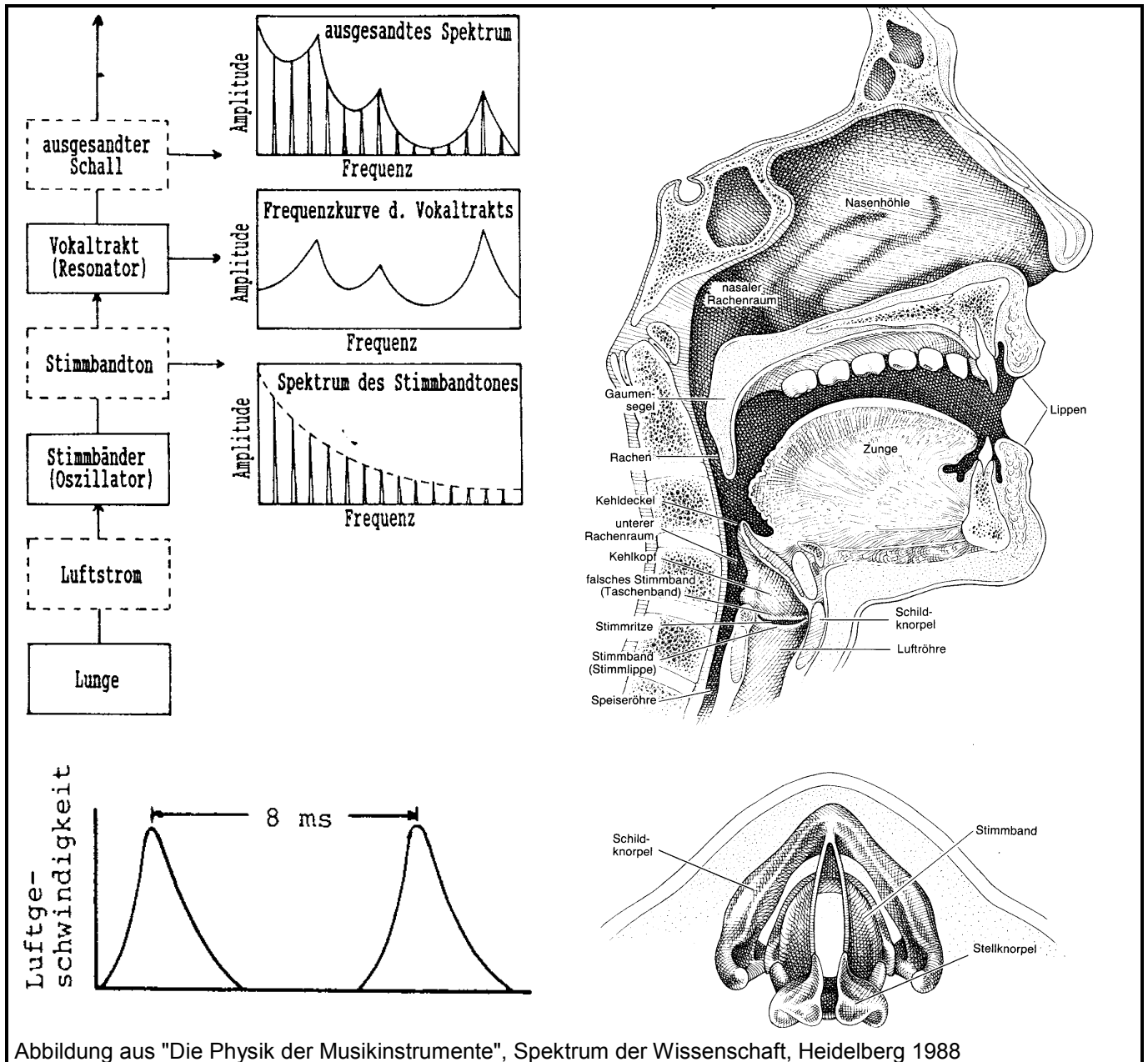
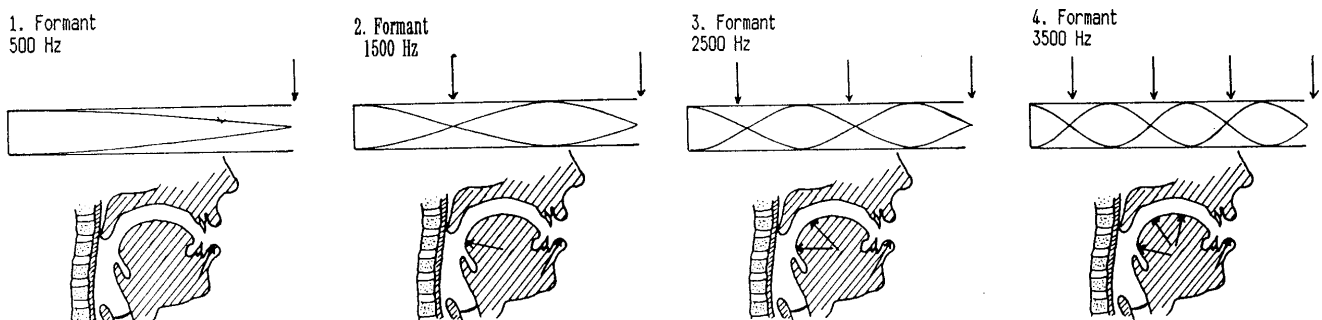


Abbildung aus "Die Physik der Musikinstrumente", Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg 1988

Vokaltrakt / Resonanzkörper (Rachen- und Mundraum (primär), Nasenraum (sekundär))

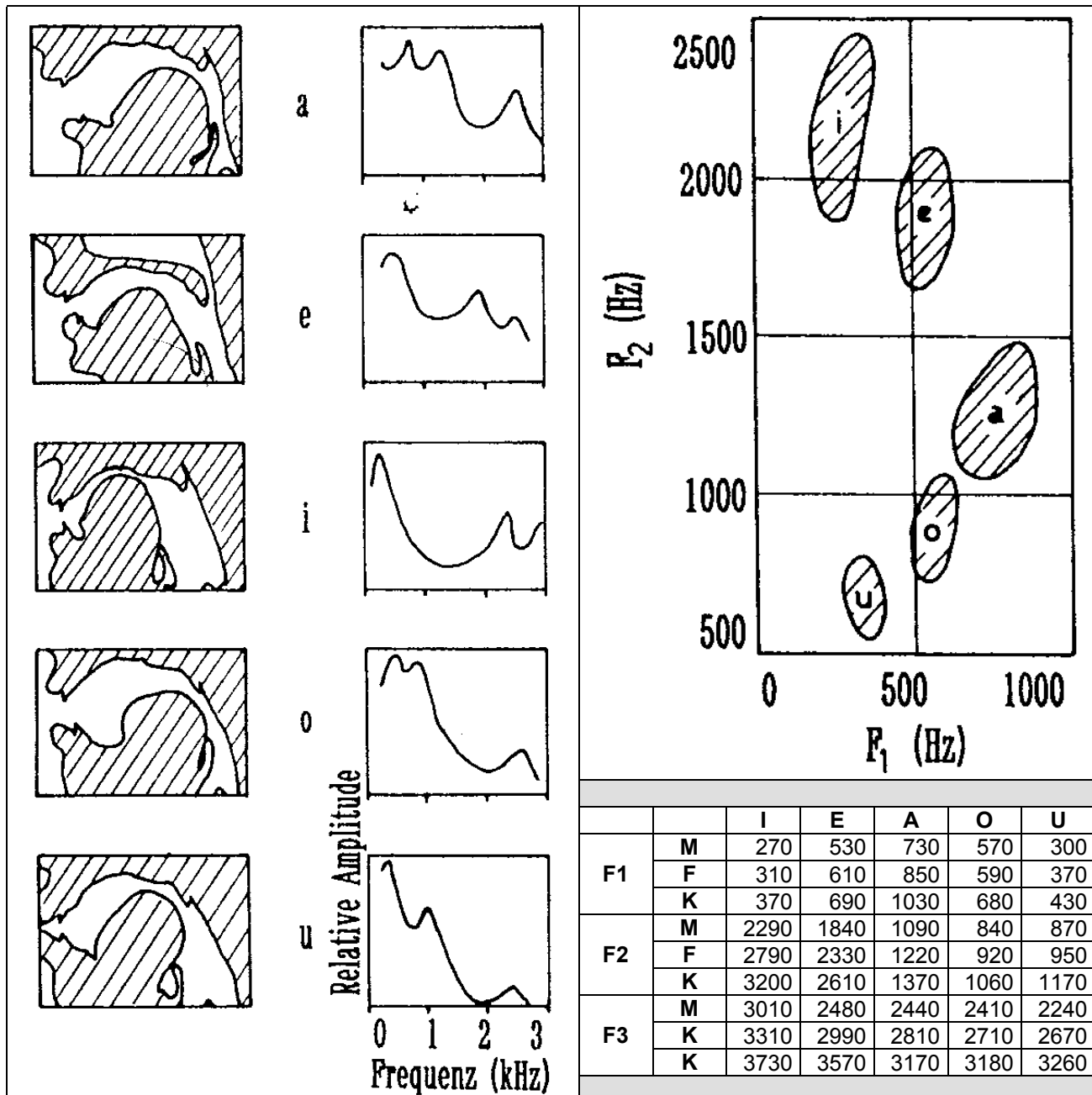
- Modell einer einseitig geschlossenen **Luftsäule der Länge 17,5cm**
- Dies ergibt eine **Grundfrequenz** von $f = c/4\lambda = 344 / 0,7 \text{ Hz} \approx 500 \text{ Hz}$
- siehe Abb.: Knotenpunkte des Drucks (!!!) durch Pfeile markiert

Die Resonanzbereiche für Grund- und Oberschwingungen nennt man Formanten



Formanttheorie der Vokale

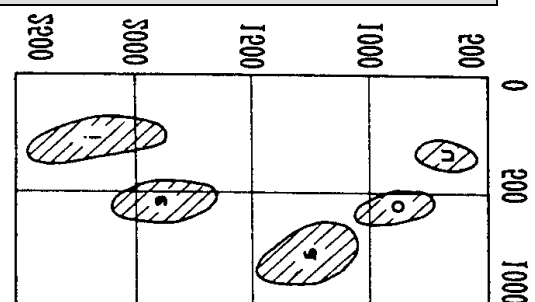
- Die Formanten können durch **Veränderungen der Luftsäule** (Kiefer- und Zungenbewegung) im Frequenzbereich verschoben werden.
- Die Abbildung vergleicht **Röntgenaufnahmen beim Sprechen der Vokale a, e, i, o, u** mit den Einhüllenden der dazugehörigen Frequenzspektren.
- Zur Charakterisierung der Vokale reichen höchstens **zwei bis drei Formanten**.
- In der Tabelle sind die Durchschnittswerte der ersten drei Formanten für die Vokale angegeben, jeweils für Männer, Frauen und Kinder. Zur besseren Übersicht trägt man die ersten beiden Formantfrequenzen in einer sogenannten **Formantkarte** gegeneinander auf.

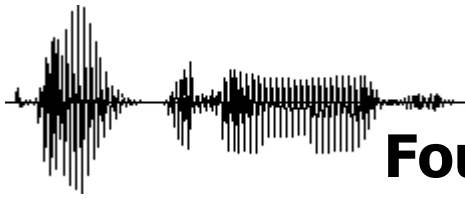


In grober Näherung kann man sagen, daß der

- erste Formant** mit der **vertikalen Stellung** (oben = tiefe Frequenz, unten = hohe Frequenz)
- zweite Formant** mit der **horizontalen Stellung** (vorne = hohe Frequenz, hinten = tiefe Frequenz)

der Zunge zusammenhängt.





Physik und Musik

Fouriersynthese und -analyse



Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830):

Jede beliebige periodische Funktion lässt sich in eindeutiger Weise aus harmonischen Funktionen (Sinus- und Kosinusfunktionen) zusammensetzen:

$$a(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n * \sin(n\omega_0 t + \phi_n)]$$
$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n * \sin(n\omega_0 t) + b_n * \cos(n\omega_0 t)]$$

Die beiden Fourierkoeffizienten a_n und b_n können analytisch berechnet werden können (Dies dient nur Ihrer Information! Sie müssen die Ausdrücke (noch) nicht verstehen !)

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

Wiederholung: Fouriersynthese

Rufen Sie im Ordner **Akustik12\sounds\fourier_ohm\programs** die folgenden beiden DOS Programme auf:

fourier1.exe:

Sukzessiver Aufbau der Summenform

- Wählen Sie die Schwingungsform
Sägezahn (1), Rechteck (2), Dreieck (3)
- Starten Sie mit der sinusförmigen Grundschiwingung [Pos1].
- Durch die Richtungstaste [↑] können Sie nun sukzessive je eine Oberschiwingung hinzufügen.
- Achten Sie dabei auf Vorzeichen, Amplitude und Ordnung der hinzukommenden Oberschiwingung.

fourier2.exe

Summenform, Harmonische, Fourierspektrum

- Zusätzlich zur Summenform sind hier
 - die Wellenformen der einzelnen Harmonischen
 - das (diskrete) Frequenzspektrum (Amplitudenwert über Frequenzwert) und
 - der mathematische Funktionsausdruck abgebildet. Mit den Richtungstasten können Sie die Amplitudenwerte [↑, ↓] frei wählbarer Oberschiwingungen [←, →] verändern.

Sollten Sie **nach** den folgenden akustischen Arbeitsaufträgen noch Zeit haben, können Sie sich auf recht einfache und anschauliche Weise (**Java-Applet**) Ihre eigenen Schwingungsformen zusammenbauen (Rufen Sie in Ihrem Webbrowser die HTML-Seite **fourier.htm** auf bzw. benützen Sie zu Hause den Link: <http://www.physiktreff.de/material/fourier/fourier.htm>).



Fouriersynthese und -analyse mit CoolEdit 2000



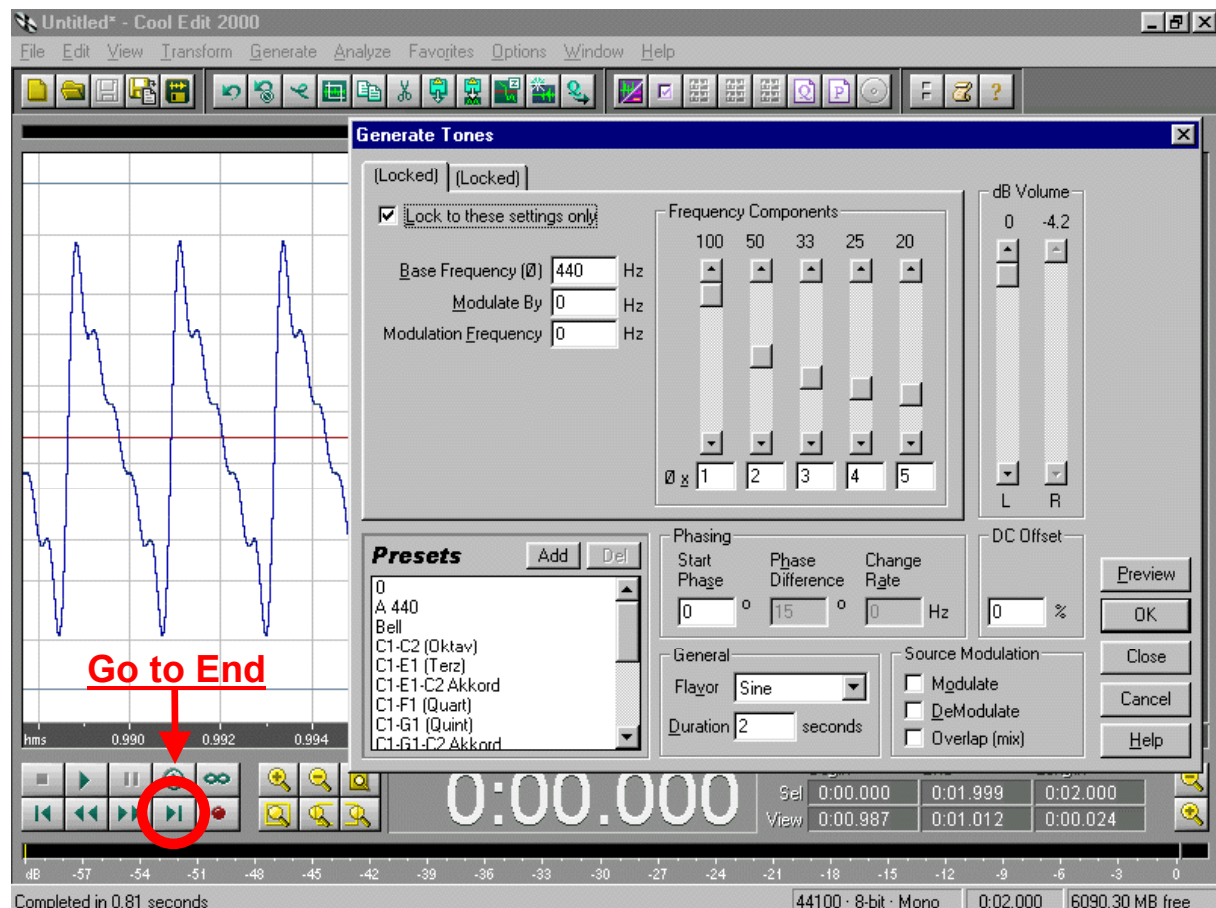
- Starten Sie CoolEdit2000
(Die installierte Trial Version gestattet nur eingeschränkte Funktionalität.
Wählen Sie beim Start die Funktionsgruppen (1) Save und (5) Amplify aus.)
- Erzeugen Sie eine neue Wellenform (Sample Rate 44100 Hz, 16 bit, Mono).

a) Fouriersynthese einer Rechteckschwingung

Generieren (Generate → Tones) Sie eine Klangabfolge **rechtecksynt.mp3**.

- Erzeugen Sie einen **Sinuston** der Dauer $t = 2$ s und der Grundfrequenz (Base Frequency 0) $f_0 = 440$ Hz (**siehe Abb. unten**).
- Im Gegensatz zur Abb. darf für einen reinen Sinuston nur der Schieberegler für die erste Frequenzkomponente (Frequenzfaktor 1) auf 100% stehen.
- Spieren Sie den erzeugten Sinuston ab und setzen Sie den **Cursor ans Ende** des eben erzeugten Wellenzuges (Go to End, siehe Abb. bzw. [Shift + Ende])
- Fügen Sie nun sukzessive je eine Oberschwingung hinzu, indem Sie
 - den Frequenzfaktor des Partialtons geeignet wählen und
 - den zugehörigen Schieberegler auf das gewünschte Amplitudenverhältnis schieben
- Fügen Sie den neuen Wellenzug an den bereits bestehenden an (Go to End!!!).
- Speichern Sie den gesamten Wellenzug (rechtecksynt.mp3) in den Ordner Akustik12

Achtung: Im Gegensatz zur Abb. besteht Ihre Aufgabe in der Synthese einer **Rechteckschwingung!** Kontrollieren Sie die Wellenform jeweils mit der Zoomfunktion.



Die durch Überlagerung entstandenen Wellenzüge weisen eine im Vergleich zur reinen Sinusschwingung **reduzierte Amplitude** aus.

- Wodurch kommt die reduzierte Amplitude der Summenform zustande ?

Normieren Sie die Amplituden mit folgendem Verfahren

- Wählen Sie den jeweiligen Zeitbereich durch Eingabe von Start und Endzeit im Time Display rechts unten.
- Zoomen Sie in den so markierten Bereich (Zoom to Selection)
- Mit der rechten Maustaste stellen Sie die Amplitudenskala auf "Normalized Values"
- Mit gedrückter Maustaste können Sie den sichtbaren Amplitudenbereich vergrößern.
- Berechnen Sie den benötigten Verstärkungsfaktor und wenden Sie ihn auf den markierten Bereich an (Transform → Amplitude → Amplify).

Ton / Tonhöhe / Klang / Klangfarbe

- Fügen Sie an das Ende (Go to End!) Ihres Wellenzuges die durch CoolEdit bereitgestellte Standard Rechteckfunktion (2s Dauer) ein. (Generate → Tones, eine Frequenzkomponente, Flavor Square)
- Begutachten (Zoom to Selection bzw. Zoom in to Center) Sie die Veränderungen der Wellenformen in den Übergangsbereiche (2 s, 4 s, 6 s, 8s)
- Spielen Sie den gesamten Wellenzug ab. Was ändert sich ? Was bleibt gleich ?
- Erklären Sie die physikalischen Begriffe Ton und Tonhöhe, Klang und Klangfarbe !

b)Fourieranalyse einer Rechteckschwingung

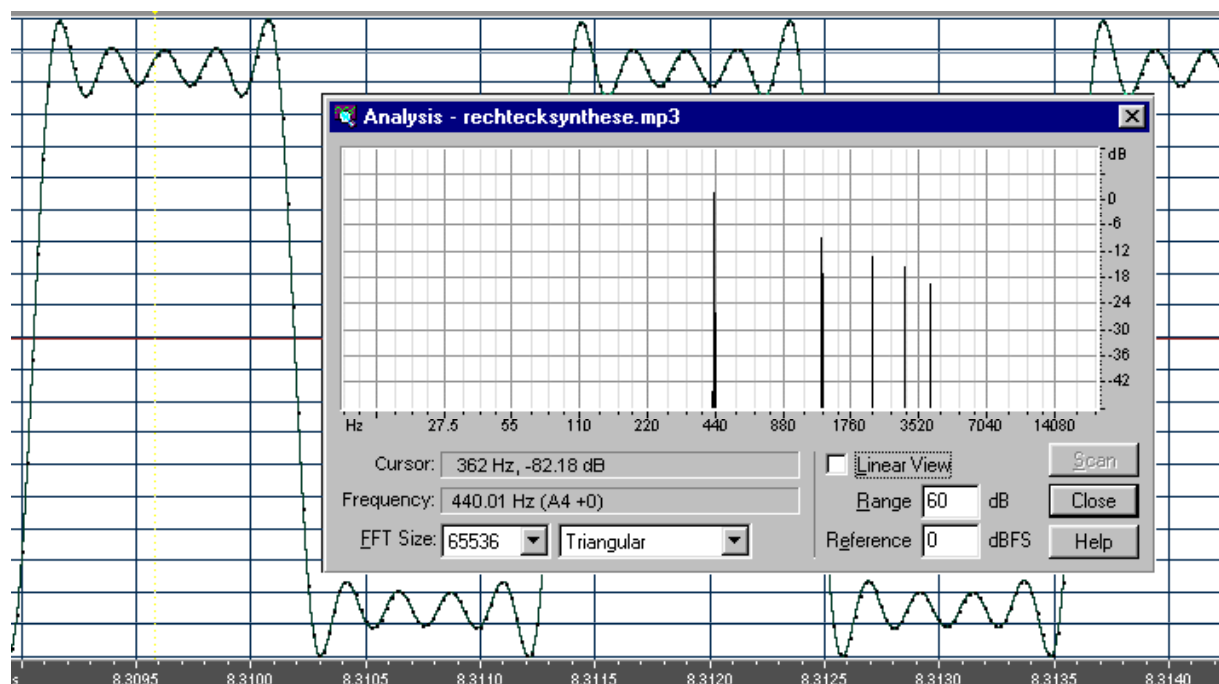
CoolEdit kann aus Klängen, d.h. aus periodischen Schallwellenformen, welche sich durch die Überlagerung (Superposition) des Grundtones mit seinen Ober- oder Partialtönen ergibt, die Amplitudenwerte dieser harmonischen Schwingungsanteile herausrechnen.

- Testen Sie diese Funktionalität mit Ihrem eigenen Wellenzug rechtecksynt.mp3 (schließlich haben Sie ihn selbst erzeugt und wissen, was in ihm steckt!)
- Setzen Sie den Cursor an den **Anfang Ihres Wellenzuges** ([Shift + Pos1]).
- Wählen Sie in der Taskleiste **Analyse → Frequency Analysis** (bzw. [Alt + Z])

Das Beispiel zeigt Ihnen, wie man das Analysefenster benutzt:

"FFT-Size" sollte auf dem größtmöglichen Wert (65536) stehen,

"FFT Window Type" auf Triangular, Range auf "60dB" und "Linear View" sollte abgeschaltet sein.



Welchen Zusammenhang stellt das Analysefenster dar, d.h. Welche physikalischen Größen sind aufgetragen ?

- Fahren Sie Ihren Wellenzug bei geöffnetem Analysefenster mit der Fast Forward Taste auf der gesamten Zeitdauer (Cursor im Wellenform-Fenster) durch und beobachten Sie dabei das Frequenzspektrum (im Analysefenster)



Bemerkung:

Im Ordner **Akustik12\sounds\fourier_ohm\test** finden Sie mit der Audiodatei **rechteck_sinus.wav** ein Abbild des Demonstrationsversuches der letzten Unterrichtsstunde. Spielen Sie es auf den externen Lautsprechern ab (Bei Wiedergabe über Kopfhörer müssen Sie die Audiodatei zuerst in Mono-Wiedergabe konvertieren (Convert Sample Type))!

- Ein **Rechtecksignal mit der Grundfrequenz $f_1 = 200\text{Hz}$ (auf dem linken Stereokanal)** wird sukzessive mit reinen Sinustönen der Frequenzen $f = 200\text{Hz}$, 600Hz , 1000Hz , 1400Hz , 1800Hz (auf dem rechten Stereokanal) überlagert.
- Um sich besser auf die akustischen Schwebungen einstellen bzw. konzentrieren zu können, wurde die **Frequenz der Sinustöne kontinuierlich im Bereich $f \pm 10\text{ Hz}$ variiert**.
- Wenn Sie auch diesen Wellenzug bei geöffnetem Analysefenster mit der Fast-Forward-Taste (oder durch gezieltes Plazieren des Cursors) durchfahren, können Sie - **analog wie Ihr Ohr** - die Überlagerung des Sinustones mit den einzelnen Obertönen des Rechtecksignals beobachten.

Das Ohr ist also ein harmonischer Analysator (Frequenz- oder Fourieranalysator):

- Es kann Tonhöhen (Frequenz der Grundschwingung) und Klangfarben (Frequenzspektrum) unterscheiden und sogar - wie dieses Experiment zeigt - die einzelnen Ober- bzw. Partialtöne aus einem Klang- bzw. Frequenzspektrum herausfiltern bzw. heraushören.
- Das Auge besitzt diese Fähigkeit der spektralen (d.h. Frequenz-) Auflösung nicht !!!

c) Klangfarbe der fundamentalen Schwingungsformen

- Erzeugen Sie einen neuen Wellenzug mit einer Abfolge der fundamentalen Schwingungsformen **Sinus, Dreieck, Rechteck, Sägezahn** (je 2 sec). CoolEdit stellt diese unter dem Auswahlfeld **Flavour** zur Verfügung. Beachten Sie dabei, daß nur eine Harmonische (d.h. der Grundton) gewählt ist!
- Spielen Sie Ihren Wellenzug mit verschiedenen Geschwindigkeiten ab. Wählen Sie hierzu in der Menüleiste **Edit > Adjust Sample Rate**. Was bleibt gleich, was ändert sich ?

Bem.: Dies läßt sich mit dem Abspielen einer Schallplatte mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten vergleichen. Die Wellenform, welche Sie eben kreiert haben, entspricht der Furche, in der die Tonnadel läuft !!!

- Welche physikalische Größe bestimmt die **Klanghöhe**, welche die **Klangfarbe**?
- Versuchen Sie, die unterschiedlichen Klangfarben physikalisch zu erklären.
- Versuchen Sie, ein "Gehör" für diese unterschiedlichen Klangfarben zu entwickeln indem Sie diese - wenn möglich - der Klangfarbe musikalischer Instrumente zuordnen.

d) Ohmsches Gesetz der Akustik Georg Simon Ohm (1787 - 1854)

Die Audiodatei **Ohm.mp3** im Ordner **Akustik12>Ohm** besteht aus fünf Wellenformen, welche sich nur durch die **Phasenlage der einzelnen Partialtöne** zueinander unterscheiden.

- Schauen Sie sich die Wellenform der einzelnen Wellenzüge an (Zoom to Selection).
- Frequenz- und (relative) Amplitudenwerte sind gleich (Überprüfen Sie dies, indem Sie den gesamten Wellenzug bei geöffnetem Analysefenster durchfahren).
- Spielen Sie Audiodatei ab. Welchen Einfluß hat die Phase auf Klanghöhe und -farbe?

Unser Ohr erkennt also Veränderungen von Frequenz (Klanghöhe und Klangfarbe) und/oder Amplitude (Lautstärke), während die Phasen keine Rolle spielen. Diese Erkenntnis geht zurück auf den Physiker Ohm (1787-1854) und ist unter dem Namen Ohmsches Gesetz der Akustik bekannt. Die Reduzierung auf ein zweidimensionales Schaubild (Amplituden- über Frequenzwerten) zur Beschreibung der Klangfarbe ist also gerechtfertigt



Physik und Musik



Klangfarbe musikalischer Instrumente

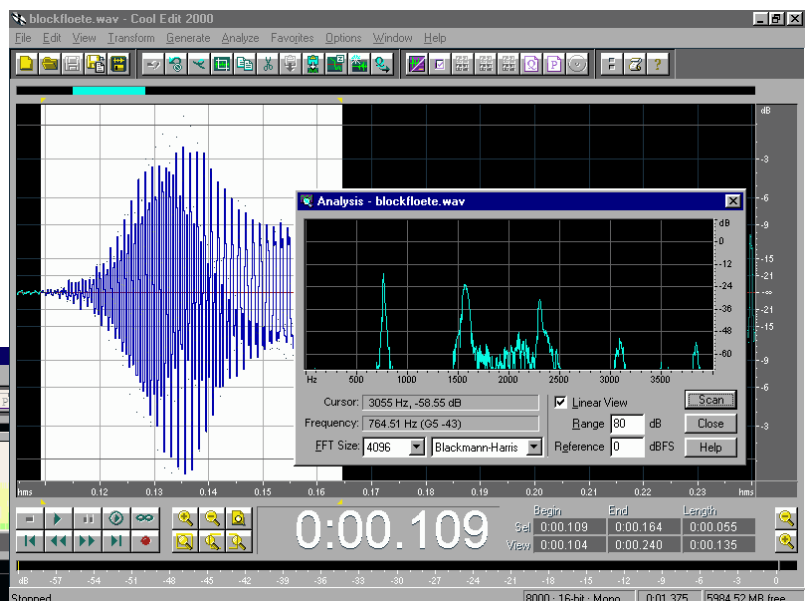
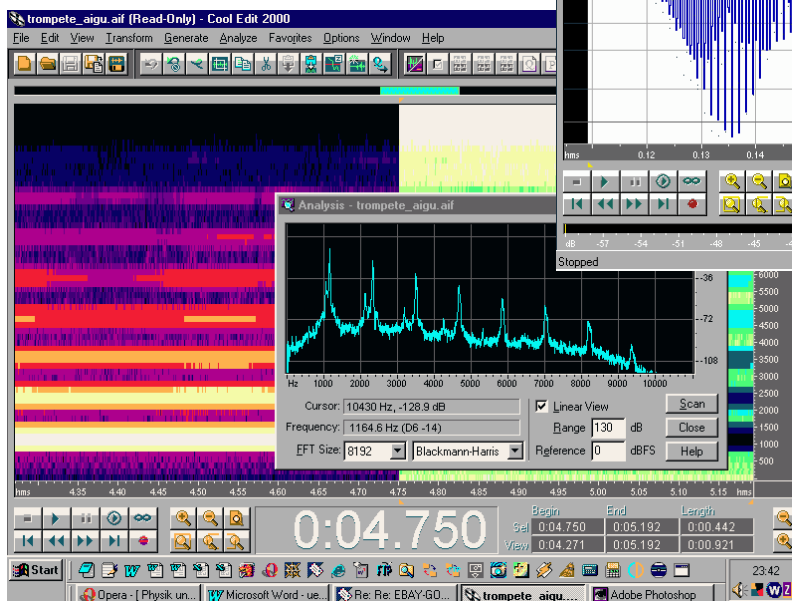
Im folgenden sollen Sie die **Klangspektren** verschiedener musikalischer Instrumente

- auf charakteristische Merkmale untersuchen und
- mit den **physikalischen Bedingungen der Klangerzeugung** verknüpfen.

Um ein Gespür für die Wellenform und dem ihr zugrunde liegendem Frequenzspektrum zu entwickeln, betrachten Sie bitte für jede Audiodatei

- **Wellenform**
(View -> Waveform View) und
- zugehöriges **Frequenzspektrum**
(Analyse -> Frequency Analysis)

jeweils für mehrere **Zeitbereiche** und **Zeitfenster** (Zoom and Scan).



Bei der Beurteilung und dem Vergleich des Obertonspektrums unterschiedlicher Instrumente kann Ihnen die

Spektralansicht
(View -> Spectral View)
hilfreich sein.

a) Grundton / Partialtöne / Klangfarbe "hart" oder "weich"

Öffnen Sie im Ordner \akustik12\sounds\klang\

die beiden Audiodateien **querfloete_medium.aif** und **trompete_medium.aif**

- Bestimmen sie für den ersten "musikalischen Ton" (physikalisch ist dies ein Klang !!!) beider Melodien die **Tonhöhe d.h. die Frequenz des Grundtones**, durch Messung der **Periodendauer**.

	Begin	End	Length
Sel	0:00.588	0:00.639	0:00.050
View	0:00.622	0:00.648	0:00.025

Um die Genauigkeit Ihrer Messung zu erhöhen, sollten Sie über **mindestens 10 Perioden** mitteln. Die Zeitdauer eines markierten Bereichs kann man im Zeitfenster (Sel - Length) ablesen (s.Abb.).

- Vergleichen Sie beide **Wellenformen**. Wie unterscheiden sich diese ?

- Bestimmen Sie die **Frequenzwerte der ersten sieben Obertöne** mit Hilfe der Fourieranalyse (Analyse > Frequency Analysis, FFT-Size 8192, Triangular, Linear View, 130 dB), indem Sie den Cursor auf die Amplitudenmaxima platzieren und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein.
- In welchem **Verhältnis stehen die Obertöne zum Grundton** ?

Trompete	f [Hz]								
	f / f₀	1							
Querflöte	f [Hz]								
	f / f₀	1							

- Wie viele **Obertöne** können Sie identifizieren ?
- Mit welchem Charakteristikum des Klang- bzw. Frequenzspektrums sind die **Klangeindrücke "hart" (Trompete) bzw. "weich" (Querflöte)** verknüpft ?

Hausaufgabe:

Bei Blasinstrumenten kann man durch sogenanntes "**Überblasen**" von einem Klangregister in das nächste gelangen. Dies entspricht der Anregung der nächsthöheren Harmonischen der Rohrlänge.

Durch das **Öffnen von Grifflöchern** (Holzblasinstrumente) bzw. das **Betätigen von Ventilen** (Blechblasinstrumente) kann man die Länge der schwingenden Luftsäule verkürzen bzw. verlängern.

- In welchem Klangregister des jeweiligen Instrumentes liegen die oben bestimmten Tonhöhen, wenn die Rohrlänge der Querflöte $L = 67 \text{ cm}$ und die der Trompete $L = 146 \text{ cm}$ beträgt ?
- Berechnen Sie für die beiden Tonhöhen die Länge der schwingenden Luftsäule. Sind Grifflöcher geschlossen bzw. Ventile betätigt worden, um die jeweiligen Tonhöhen zu erzeugen ?
- Die Tonhöhen, welche ein Blechblasinstrument allein durch Überblasen (d.h. ohne Betätigung der Ventile) spielen kann, nennt man **Naturtonreihe**. Berechnen Sie diese für die Trompete !

b) Offene und gedackte Pfeifen / Oboe / Klarinette

Die Audiodateien **blockfloete1.wav** im Ordner `\akustik12\sounds\klang\` vergleicht den Klang der **offenen** Blockflöte mit dem Flötenkopf, welcher hierbei mit einer Hand zugedeckt ("**gedackt**") wurde.

- Erklären Sie die **Klangunterschiede!**
Benutzen Sie hierzu am besten die **Spektralansicht (View → Spectral View)**
- Vergleichen Sie die Darstellungen **Wellenform, Frequenzspektrum und Spektralansicht**:
 - Welche physikalische Größe (Zeit, Frequenz, Amplitude) wird auf welche Weise dargestellt ?
 - Welche Darstellung eignet sich für welche Untersuchungen ?

Öffnen Sie die Audiodateien **oboe.wav** und **klarinette.wav**.

- Betrachten Sie beide **Wellenformen (Zoom)** und bestimmen Sie die Tonhöhe durch **Messung der Periodendauer** (analog zu Aufgabe a).
- Berechnen** Sie die Vielfachen der Grundfrequenzen und tragen Sie diese in die Tabelle ein:

	f / f₀	1	2	3	4	5	6	7	8
Oboe	f [Hz]								
Klarinette	f [Hz]								

- Welche **Partialtöne** treten auf, welche dominieren, welche sind nicht vorhanden ?
- Welches Klangspektrum entspricht bzw. widerspricht Ihren Erwartungen ?

c) Einschwingvorgang von Lippenpfeifen / Blockflöte

Öffnen Sie die Audiodatei **blockfloete.wav**.

- Betrachten Sie den **zeitlichen Verlauf des Klangspektrums** in der Spektralansicht.
- Beschreiben Sie den **Anblasvorgang (die ersten 50 ms)**, indem Sie Wellenform und Frequenzspektrum (FFT-Size 8192, 80 dB) während des Anblasens mit denen der stabilisierten Luftschwingung vergleichen.
- Markieren Sie ein Zeitfenster ohne Anblasvorgang und spielen Sie diesen Abschnitt wiederholt ab (**play looped**). Wiederholen Sie dies mit einem Zeitfenster, welches den Anblasvorgang beinhaltet. Lässt sich die Blockflöte auch ohne Anblasvorgang wiedererkennen.

d) Abklingen gezupfter bzw. geschlagener Saiten

Öffnen Sie die Audiodatei **floete_gitarre.wav**.

- Vergleichen Sie den **zeitlichen Verlauf des Klangspektrums** (Spektralansicht !) eines Blasinstruments (Blockflöte) mit dem eines **gezupften Saiteninstrumentes (Gitarre)**.
- Erklären Sie die Unterschiede !

Öffnen Sie die Audiodateien **klavier_gliss.aif** und **gitarre_butte.aif** und betrachten Sie den zeitlichen Verlauf der Klangspektren **gezupfter (Gitarre)** und **angeschlagenen Saiten (Klavier)**.

- Wie lassen sich die zeitlichen Veränderung des Klangbildes erklären ?

e) Obertonmusik

Öffnen Sie die Datei **obertonsaenger.mp3**.

- Erklären Sie durch **schrittweise Frequenzanalyse** (Fast Forward) über den zeitlichen Klangverlauf bzw. durch **Beschreibung der Spektralansicht**, was man unter Obertonmusik versteht.
- **Was bleibt gleich, was ändert sich ?**
- Bilden Sie sich eine Vorstellung, wie diese Veränderung zustande kommt!

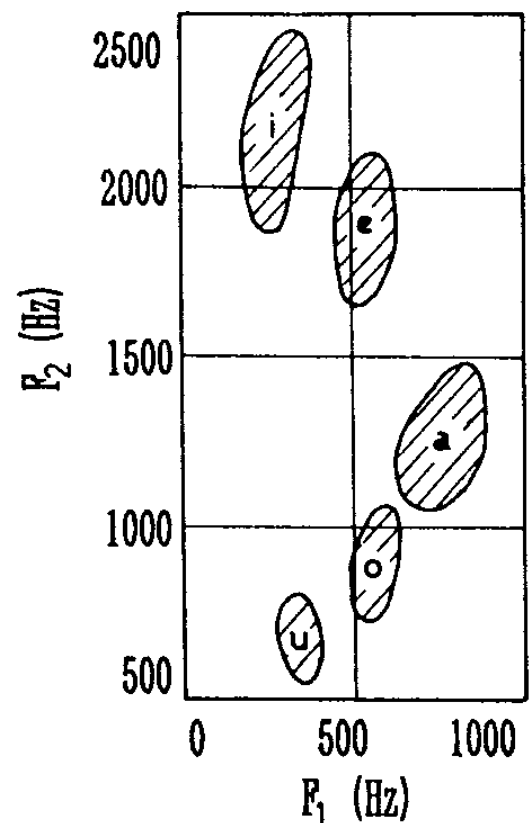
f) Sprachanalyse und -synthese

Vokalanalyse:

- Nehmen Sie verschiedene Vokale mit Ihrem Mikrophon auf und analysieren Sie das Frequenzspektrum.
- Versuchen Sie die Vokale dem **Formantendiagramm** (Abbildung rechts) zuzuordnen.

Vokalsynthese

- Verwenden Sie Ihr eigenes Vokalspektrum oder öffnen Sie die Audiodatei **\\Akustik12\\sounds\\sprache\\vokale_male.wav**
- Skizzieren Sie das Frequenzspektrum auf ein Blatt Papier (logarithmischer Maßstab).
- Die Datei **grund.mp3** enthält ein **ausgeglichenes Klangspektrum**, d.h. im Bereich bis 6000 Hz sind alle Frequenzen mit annähernd gleicher Amplitude vertreten.
- Mit den **Filterfunktionen von CoolEdit (Transform -> Filters -> FFT-Filter)** können Sie in diese Datei Formanten "hineinschneiden".
- Versuchen Sie, auf diese Weise Ihre **Vokale zu synthetisieren**.



Frequenzbestimmung über Periodendauer:

Querflöte: $T = 39 \text{ ms} / 20 = 1,95 \text{ ms} \Rightarrow f = 1/T = 1/(1,95 \text{ ms}) = 513 \text{ Hz}$
 Trompete: $T = 50 \text{ ms} / 20 = 2,50 \text{ ms} \Rightarrow f = 1/T = 1/(2,50 \text{ ms}) = 400 \text{ Hz}$

Querflöte (Wenige Obertöne (nur 6 erkennbar), Sinusförmige Wellenform, Weicher Klang, streng harmonisch)															
f [Hz]	508	1014	1521	2028	2535	3042	3550								
f / f ₁	1,00	2,00	3,00	3,99	4,99	5,99	6,99								
f [Hz]	508	1016	1524	2032	2540	3048	3556								

Berechnung der schwingenden Luftsäule L*:

$$f = \frac{c}{\lambda_k} = k \left(\frac{c}{2L^*} \right) \Rightarrow L^* = k \left(\frac{c}{2f} \right) = k \left(\frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 508 \text{ Hz}} \right) = k \cdot 33,5 \text{ cm} \leq L = 67 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow k = 2; \quad L^* - L = 0 \text{ cm}$$

Trompete (Viele Obertöne (26 sichtbar), nicht sinusförmige WF, Harter Klang, mehr und mehr "anharmonisch")															
f [Hz]	400	789	1185	1570	1955	2371	2756	3156	3556	3941	4342	4727	5127	5512	5912
f / f ₁	1,00	1,97	2,96	3,92	4,88	5,92	6,88	7,88	8,88	9,85	10,85	11,81	12,8	13,8	14,8
f [Hz]	400	801	1201	1601	2002	2402	2802	3202	3603	4003	4403	4804	5204	5604	6005

Berechnung der schwingenden Luftsäule L*:

$$f = \frac{c}{\lambda_k} = k \left(\frac{c}{2L^*} \right) \Rightarrow L^* = k \left(\frac{c}{2f} \right) = k \left(\frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 400 \text{ Hz}} \right) = k \cdot 42,5 \text{ cm} \leq L = 146 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow k = 4; \quad L^* - L = 24 \text{ cm}$$

Berechnung der Naturtonreihe:

$$f = \frac{c}{\lambda_k} = k \left(\frac{c}{2L} \right) = k \left(\frac{340 \text{ ms}^{-1}}{2 \cdot 1,46 \text{ m}} \right) \approx k \cdot 116,5 \text{ Hz}$$

$f_1 = 116,5 \text{ Hz (B)}; \quad f_2 = 233 \text{ Hz (b)}; \quad f_3 = 349,5 \text{ Hz (f)}; \quad f_4 = 466 \text{ Hz (b')};$

"Hart und Weich"

- **Trompete:** hoher Anteil von Obertönen (harter Klang)
- **Querflöte:** geringer Anteil von Obertönen (weicher Klang)

Oboe, Saxophon, Klarinette:

- Grundton: $f = 259 \text{ Hz}$
- Oboe: Dominierend ist 1297 Hz

	f / f ₀	1	2	3	4	5	6	7	8
Oboe	f [Hz]	259	518	777	1036	1295	1554	1813	2072
Klarinette	f [Hz]	259	518	777	1036	1295	1554	1813	2072

- Klarinette:
 - Zweite und vierte Harmonische sind unterdrückt,
 - sechste und achte Harmonische jedoch nicht!
- Randbedingungen: ein Ende offen, eines geschlossen



Physik und Musik

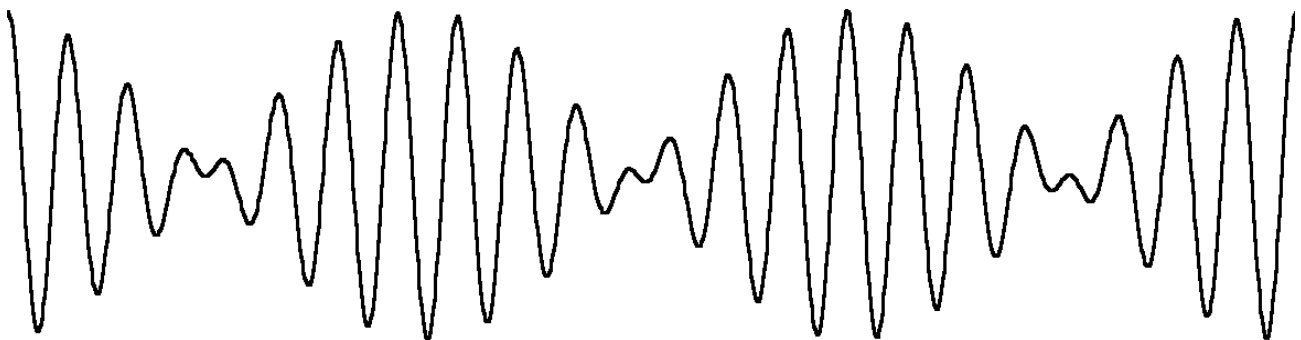
Akustische Täuschungen



Unser akustischer Wahrnehmungsapparat (Ohr und Gehirn) hört die Außenwelt nicht einfach so, "wie sie ist": Schon im Innenohr laufen Prozesse ab, die einige der eingehenden Informationen verstärken und andere wegfiltern. Im Gehirn kommt es zu weiteren Deutungen des Gehörten. Dies geht so weit, dass man unter geeigneten Bedingungen Töne wahrnimmt, die nachweisbar nicht von außen kommen. Solche Phänomene könnte man "akustische Täuschungen" nennen. Die Versuche dieses Teilthemas entstammen zum großen Teil dem Artikel "Hörexperimente: Nichtlineare Dynamik auf materieller und mentaler Ebene" von Manfred Euler (in: Biologie in unserer Zeit, 26. Jg. 1995, Heft 5).

1. Schwebungen / Ortstheorie / Begrenzte Trennschärfe

Empfängt das Ohr zwei Töne, deren Frequenzen nur wenig voneinander verschieden sind, so nimmt man nur einen Ton wahr, dessen Lautstärke periodisch an- und abschwilt. Dieses Phänomen heißt Schwebung und ist in der begrenzten Trennschärfe des Ohres begründet.



Musiker verwenden Schwebungen, um Instrumente zu stimmen. Man schlägt die "a"-Saite an und gleichzeitig eine Stimmgabel. Nun ändert man die Saitenspannung so lange, bis keine Schwebung mehr zu hören ist. Beide Schallquellen schwingen nun mit der gleichen Frequenz.

- Erzeugen Sie eine Stereo-Datei (**New -> Stereo Datei (44100 Hz Sample Rate, 16bit, Stereo)**) oder verwenden Sie die Datei **akustik12\sounds\taeuschungen\sinus400-480_stereo.mp3**.
 - Auf den linken Kanal geben Sie einen Sinuston fester Frequenz (Kammerton a mit $f = 440$ Hz)
Select left Channel [Ctrl-L] > Generate Tones > Sinus 440 Hz, 20 sec
 - Auf den rechten Kanal lassen Sie einen Sinuston den Frequenzbereich von $f = 400$ Hz bis $f = 480$ Hz durchlaufen
Select right Channel [Ctrl-R] > Generate Tones > Sinus 400 Hz (initial settings) 480 Hz (final settings), 20 sec
- Spielen Sie die Stereodatei sowohl über die externen **Lautsprecher** als auch über Ihre **Kopfhörer** ab. Erklären Sie, warum Sie im zweiten Fall keine Schwebung wahrnehmen können.
- **Konvertieren Sie die Stereodatei in Mono (Edit > Convert Sample Type > Mono)** und spielen Sie diese Datei über Ihren Kopfhörer ab. Betrachten Sie die Wellenform.
- Um die **individuelle Trennschärfe** Ihres Ohres zu bestimmen, markieren Sie kleinere Zeitbereiche und spielen diese mit der **Loopfunktion** wiederholt ab. Ab welchem Frequenzunterschied können Sie getrennte Töne wahrnehmen?

2. Kombinationstöne / Grenzen des Superpositionsprinzips

Das **Prinzip der ungestörten Überlagerung (Superpositionsprinzip)** ist unabdingbare Voraussetzung für Fouriersynthese und -analyse. Die Überlagerung der Wanderwellen im Innenohr ist jedoch z.T. **nicht-linear**, d.h. zwei Wellen mit verschiedenen Frequenzen f_1 und f_2 können so miteinander wechselwirken, daß neue Frequenzen, sog. Kombinationsfrequenzen entstehen:

$$f_{komb} = m f_1 \pm n f_2 \quad \text{mit} \quad m, n \in \mathbb{N}$$

Erzeugen Sie - analog zur Datei sinus400-480_stereo.mp3 der vorangegangenen Übung - eine Stereodatei, wobei der auf dem rechten Kanal überstrichene **Frequenzbereich von 200 Hz bis 800 Hz** reicht. Sie können auch fertige Datei **akustik12\sounds\taeuschungen\kombination.mp3** öffnen.

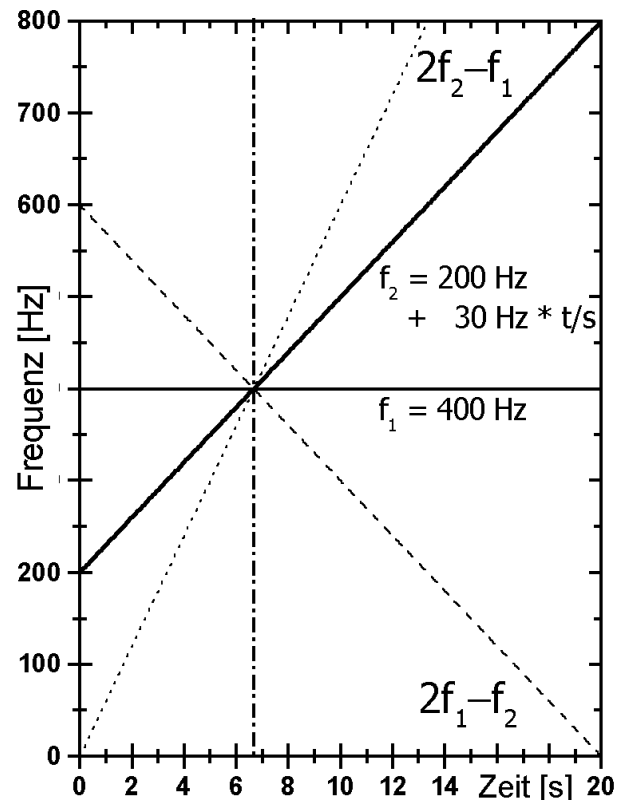
Achten Sie auf folgendes **akustisches Empfinden**:

- Im Bereich von $f_2 = 250\text{Hz} - 350\text{Hz}$ d.h. **zwischen $t = 2\text{s}$ und $t = 5\text{s}$** können Sie im Hintergrund einen **rasch ansteigenden Brummtton der Frequenz $f = 2f_2 - f_1$** wahrnehmen.
- In unmittelbarer Nähe von $f_2 \approx 400\text{Hz} = f_1$ ($t = 6,7\text{s}$) werden Sie **Schwebungen** hören.
- Im Bereich von $f_2 = 450\text{Hz} - 600\text{Hz}$ d.h. zwischen **$t = 8\text{s}$ und $t = 13\text{s}$** können Sie im Hintergrund sowohl einen **ansteigenden ($f = 2f_2 - f_1$)** als auch einen **absteigenden ($f = 2f_1 - f_2$)** Ton wahrnehmen.

Diese Kombinationstöne können **erst bei relativ großer Lautstärke** der beiden erzeugenden Töne gehört werden.

Bemerkung:

Bei Übersteuerung eines elektroakustischen Verstärkers sind diese Töne tatsächlich d.h. auch physikalisch vorhanden und durch das **nicht-lineare Verhalten des Verstärkers** bedingt.



3. Residuumstöne / Fehlender Grundton

Die überragende Bedeutung der **Obertöne**

- nicht nur für die Empfindung einer **Klangfarbe** (über ihren relativen Amplitudenbeitrag),
- sondern auch für die **Tonhöhenbestimmung** (über ihren konstanten Frequenzunterschied)

zeigt sich besonders deutlich bei dem **Phänomen der Residuumstöne** (fehlender Grundton):

Sind von einem Klang nur Obertöne vorhanden, so **"rekonstruiert" unser Gehirn** die vermutete **fehlende Grundfrequenz**: Ist beispielsweise von einem Klang mit der Grundfrequenz $f = 100$ Hz nur die 20. 21. und 22. Oberschwingung vorhanden (also die Frequenzen 2000 Hz, 2100 Hz, 2200 Hz), so hören wir nicht nur ein hochfrequentes Tongemisch, sondern wir hören deutlich die Grundfrequenz (als tiefen Brummtönen) heraus.

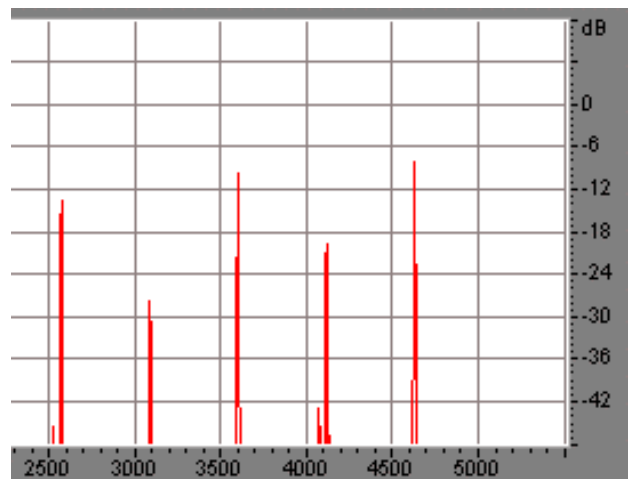
- Überzeugen Sie sich hiervon, indem Sie die Datei **taeuschungen\residuum.mp3** abspielen.
- Die Datei **schneider_wav\physiol\fehlfund.wav** demonstriert diesen Effekt durch den Vergleich (Überprüfen Sie die tatsächliche d.h. physikal. Existenz der Obertöne durch Frequenzanalyse !!)
- eines reinen Sinustones mit $f = 160$ Hz
- eines Rechteckklanges dergleichen Tonhöhe ($f_k = (2k-1)*160$ Hz; $k = 1, 2, 3, \dots$)
- eines Rechteckklanges mit "fehlendem Grundton" ($f_k = (2k-1)*160$ Hz; $k = 2, 3, \dots$) d.h. die niedrigste Frequenz ist hier $f_3 = 480$ Hz und damit zwei Oktaven höher als der Grundton.
- Noch deutlicher hört man diesen Effekt bei der Audiodatei **taeuschungen\resid300.mp3**. Diese erzeugt gleitende Obertöne (2,0 kHz, 2,3 kHz, 2,6 kHz, 2,9 kHz aufwärts auf 3 kHz) und damit auch einen gleitenden Residuumston (von 300 Hz abwärts auf 0 Hz)

Besonders **im Kontext einer Melodie** werden solche Töne, deren Frequenzen physikalisch nicht vorhanden sind und erst durch den Wahrnehmungsapparat ergänzt werden, durchaus akzeptiert.

Dies zeigt sich z.B. bei der Wiedergabe tiefer Frequenzbereiche durch die Lautsprecher von **Transistorradios** oder bei **akustischen Glückwunschkarten**:

Die hierin verpackten **Piezo-Lautsprecher** können nur Töne mit einer Frequenz über $f > 2$ kHz mit hörbarer Lautstärke abgeben, für tiefere Töne sind sie ungeeignet. Für deren Wiedergabe bzw. Vortäuschung macht man sich den eben besprochenen Effekt der Residuumstöne zu Nutze.

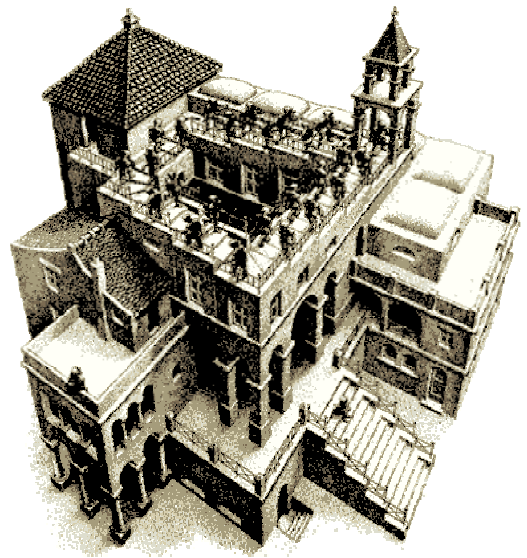
Spielen Sie die Audiodatei **residuum_piezo.wav** bei geöffnetem **Analysefenster** ab (FFT-Size 4096, Triangular, Linear View, Range 40dB, Ref. -24 dBFS)



- Die ersten vier Töne (Hoch-soll-er-le) haben die gleiche Tonhöhe; die Spektren bestehen i.W. aus fünf scharfen Linien (siehe Abb.) **im Frequenzbereich 2,5 kHz bis 4,6 kHz** mit einem festen gegenseitigen Abstand von **514 Hz**. Dies entspricht dem **zweigestrichenen C**.
- Beim nächsten Ton (-ben) ist der Abstand der einzelnen Linien **382 Hz (G1)**.
- Die nächsten vier gleichen Töne (Hoch-soll-er-le) werden durch einen gegenseitigen Frequenzabstand von **650 Hz (E'')** bestimmt.
- Beim nächsten Ton (-ben) ist der Abstand der einzelnen Linien wieder **514 Hz (C'')**.

4. Der Shepard Effekt: Endlos steigende Tonfolgen

Die bekannte Lithographie "Treppauf, Treppab" von Maurits Cornelis Escher (nach einer Idee von L.S. und Roger Penrose) zeigt eine unmögliche Situation: Mönche steigen in einer unendlichen Abfolge Stufe um Stufe einer Treppe treppauf bzw. treppab.



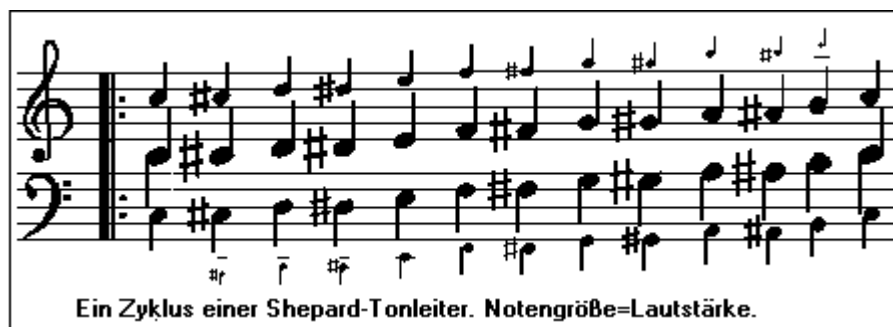
Einen ähnlichen unendlichen Zyklus gibt es auch akustisch: Die Shepard-Tonleiter.

(nach dem Psychologen und Akustiker Roger N. Shepard)

Spielen Sie die **Audiodatei shepard.wav** ab.

Hier geht es mit der Tonhöhe offensichtlich bergauf. Das verblüffende dabei ist, daß man diese Tonspirale beliebig lange laufen lassen kann, ohne daß der Ton schließlich an der Hörgrenze ankommt.

In seinem Buch "Goedel, Escher, Bach, ein endlos geflochtenes Band" gibt der Autor Douglas R. Hofstadter ein Rezept zur Konstruktion einer Shepard-Tonfolge an. Es ist in der folgenden Abbildung wiedergegeben:



- Das Notenbild zeigt **vier gleichzeitig gespielte Halbtonfolgen**, die sich jeweils um eine Oktave voneinander unterscheiden d.h. für die Frequenzen gilt: $f_1, 2f_1, 4f_1, 8f_1$.
- Alle Folgen erstrecken sich über eine Oktave d.h. Die Grundfrequenz f_1 hat sich innerhalb der Tonfolge verdoppelt.

Das besondere an der Tonfolge sind die Lautstärken innerhalb der Einzelstimmen, die im Notenbild durch die Fläche der Notenköpfe symbolisiert sind:

- Die Lautstärke der höchsten Stimme nimmt ab:
Sie beginnt bei **halbem Volumen** und erreicht am Ende der Oktave den **Wert Null**.
- Die Lautstärke der zweithöchsten Stimme fällt ebenfalls:
Sie beginnt bei **vollem Volumen** und erreicht am Ende der Oktave das **halbe Volumen**.
- Die Lautstärke der dritthöchsten Stimme nimmt zu:
Sie beginnt bei **halbem Volumen** und erreicht am Ende der Oktave das **volle Volumen**.
- Die Lautstärke der tiefsten Stimme steigt ebenfalls:
Sie beginnt bei **null** und erreicht am Ende der Oktave das **halbe Volumen**.

Der letzte Klang ist also mit dem ersten identisch und die Tonfolge somit geschlossen.

Mehr Infos zu akustischen Täuschungen im Web:

- <http://users.aol.com/gykophys/shep.htm>
- <http://cips02.physik.uni-bonn.de/~scheller/acoustic-illusions/main.html>